

[原著論文：査読付]

## 数学的活動を位置づけた算数科学習指導の研究

田口 誠\*

### A study of mathematics teaching that positions mathematical activities

Makoto TAGUCHI\*

#### 要 旨

算数科学習指導において、数学的活動の重要性が指摘されている。しかし、日常的に算数科授業で、数学的活動が効果的に実践されているとは必ずしも言えない状況である。そこで、本研究では、数学的活動の効果的な実践を目的として、数学的活動を数学的な考え方と関連付けてとらえ、算数科授業の問題解決過程の各段階に数学的活動を位置づけることにした。具体的には、数学的活動を、数学的な考え方をもとにした具体的な操作活動とした。そして、問題解決過程の、問題をもつ段階、自力解決を図る段階、集団で検討する段階、解決をふり返る段階の各段階に、それぞれのねらいをふまえて数学的活動を位置づけることにした。以上の指導法をとることで、効果的な数学的活動をポイントにして、算数科授業の授業改善を図ることができると考える。

**キーワード：**数学的活動，数学的な考え方，授業改善

#### Abstract

The importance of mathematical activities in mathematics instruction has been pointed out. However, it cannot necessarily be said that mathematical activities are effectively implemented in mathematics classes on a daily basis. Therefore, in this study, with the aim of implementing mathematical activities effectively, we decided to associate mathematical activities with mathematical thinking and to position mathematical activities at each stage of the manipulative activities based on mathematical thinking. We also decided to position mathematical activities at each stage of the problem-solving process, namely, having a problem, trying to solve it by oneself, discussing it in a group, and reflecting on the solution, based on the aims of each stage. We believe that by adopting the above teaching method, it is possible to improve mathematics classes by focusing on effective mathematical activities.

**KEY WORDS :** mathematical activities, mathematical thinking, lesson improvement

---

\*九州共立大学スポーツ学部

\*Faculty of Sports Science, Kyushu Kyoritsu University

## 1 研究の目的

私は、数学的活動の念頭操作の補完的な機能を十分発揮させ、算数科学習指導をより効果的なものにしたと考える。そこで、本研究では、算数科の学習指導を展開する上で、どのように数学的活動を位置づけると、より効果的になるのか、その効果的な位置づけ方を明らかにし、授業改善を図っていくことを目的とする。

## 2 研究の内容

### (1) 数学的な活動の問題点

学習指導要領算数編では、「数学的活動とは、事象を数理的に捉えて、算数の問題を見だし、問題を自立的、協同的に解決する過程を遂行することである。」<sup>1)</sup>としている。このとらえ方は、言い換えれば、算数・数学の特質に立った問題解決活動というべきものであるが、日常的な算数科授業を改善することに直接つながるとは考えにくい。理由は以下の通りである。

○数学的活動にかかわる指導内容を、問題解決活動を基盤にして具体的な操作や数学的な考え方、各学年の目標や内容、各領域のねらい等と関連付けて広義に示しているため、難解なものになり、日常的に授業に反映しにくい。

○活動とは、実際にものを動かし、操作することで、念頭の思考まで活動の範囲を広げるとは、混乱させることにつながる恐れがある。

○問題解決的に算数科授業が展開されることはほぼ定着していると言える。しかし、操作活動が漠然と行われている場合が多く見受けられ、効果的に位置づけられているとは言えない。この現状を改善することに直接的につながらない。

### (2) 数学的活動のとらえ方

本研究では、数学的活動を、数学的な考え方をもとにした具体的な操作活動ととらえることにする。また、数学的な考え方は数学にかかわる考え方ととらえる。

このとらえ方により、以下の事が改善できると期待する。

○具体的な操作活動と数学的な考え方を関連付けることによって操作活動のねらいが明確になり、より効果的に操作活動を位置づけることができる。

○数学的活動によって数学的な考え方と具体的な操作活動を意識することで、日常の算数科授業の改善につながり、児童の学びを深める指導の充実が

期待できる。

○算数を学ぶ楽しさや数学のよさを児童に実感させ、学習意欲を高めることができる。

### (3) 算数科学習指導の過程

本研究では、算数科学習指導の過程を問題解決過程ととらえ以下の通りに、その過程を想定する。

①問題をもつ段階 問題場面に出会い、何を解決すればよいのか問題をもつ。

②自力で解決する段階 問題を既知の知識や技能を用いて自力で解決する。

③集団で解決方法を検討する段階 それぞれの解決方法を出し合って、正しいこと、価値があること、あいまいなことなどを検討する。

④解決を繰り返す段階 解決した過程を繰り返し、解決方法を確認めたり、他の場面に適応したりする。

## 3 研究の方法

### (1) 数学的活動を位置づけるねらい

問題解決過程の各段階に、数学的活動を以下のねらいをもって位置づける。なお、4つの段階に常に、数学的活動を位置づけるということではない。授業を計画する場合、必要に応じて各段階に数学的活動を位置づけるということである。

#### ①問題をもつ段階

具体的な操作活動を通して、数学的な考え方に着目させて問題を焦点化させる。

#### ②自力解決を図る段階

数学的な考え方を活用して、具体的な操作活動しながら、解決の手がかりをつかませる。

#### ③集団で解決方法を検討する段階

数学的な考え方をもとに、具体的な操作活動を通して、解決方法の妥当性や価値を明確にして検討させる。

#### ④解決を繰り返す段階

数学的な考え方をもとに、具体的な操作活動を通して、解決方法の妥当性や価値を確認めさせて、実感させる。

### (2) 具体的な操作活動の導入のしかた

具体的な操作活動については、問題解決過程の各段階に以下の通りに導入することにする。

#### ①問題をもつ段階

児童に出会わせる問題場面に内包させて、その場

面で実際にやってみることで操作活動を導入する。つまり、この段階で、操作活動が必要であれば、問題場面を準備する時に操作活動の必要性のある場面を設定しておく必要がある。

#### ②自力解決を図る段階

問題をもつ段階での操作活動を発展させて解決に取り組ませることで導入する場合がある。また、解決の手がかりをもたせるために新たに操作活動を導入する場合もある。

#### ③集団で解決方法を検討する段階

自力解決を図る段階での操作活動を見直したり、再構成したりして導入する場合がある。また、検討する上で、新たに操作活動を導入して検討する視点をもたせる場合もある。

#### ④解決を繰り返す段階

集団で検討する段階での操作活動を適応させたり、発展させたりすることとして導入する場合がある。また、前段階までの操作活動を再構成して新たに導入する場合もある。

## 4 具体的事例

### (1) 問題をもつ段階での数学的活動

#### ○1年 ながさくらべの事例

物の長さを直接比較によって比べることができるようにすることをねらった指導である。

問題場面では、長さの異なる2本の鉛筆を準備し、「どちらが長いのか」という場面を設定する。ここで、2本の鉛筆を児童に示し、「どうしたら比べられるでしょう」と問いかけ、端をそろえる操作をさせ比べさせても、あいまいな指導となる。それは、漠然として端をそろえるという操作をすることだけにとどまり、数学的な考え方に着目させて問題意識を高めているとは言えないからである。また、そろえた一方の端だけに意識がいき、もう一方の端を十分に意識させることもできていないため、的確に問題をもたせることにつながらない。

そこで、いきなり2本の鉛筆を提示して、長さの比べ方を問うのではなく、一方の端をマスキングなどしてかくして2本の鉛筆を提示して、「どうして、このままでは長さ比べができないでしょう」と問い、操作活動を取り入れるようにする。すると、一方が隠されているため、飛び出た方が長いとは言えないことに気づくはずである。そし

て、長さを比べるためには一方をそろえ、両端をきちんと見ないと比べることができないという考え方を確かめさせることができる。このことで、両端を見て正しく比べようとする問題をもたせることができる。

このように、一方の端をマスキングで隠して2本の鉛筆の長さ比べをするという操作活動によって、一方をそろえて比べるという数学的な考え方に着目し、「一つの端をそろえ、両端を見て正しく長さを比べよう」という問題をもつことができる。

#### ○2年 $32+24$ の筆算の事例

2桁+2桁の筆算のしかたを理解させることをねらった指導である。

問題場面では、「32本の数え棒と24本の数え棒を合わせると何本になるでしょう」という場面を設定する。そして、実際に、10本の束3つ、1本のばら2つと10本のたば2つ、1本のばら4つを合わせる操作活動をさせる。しかし、これでは漠然と数え棒を合わせて数える操作活動をさせ、答えが56本になることを確かめさせただけで、筆算の考え方につながらず不十分である。確かに、この操作活動で10本の束どうし、1本のばらどうしたすことは気づかせることができるかもしれない。しかし、これでは、これまで横に書いていた式をどうして筆算のように縦に書くのかを理解させることができていない。つまり、位取りという数学的な考え方に着目させることができていないため、筆算学習の問題をもたせることにつながらないのである。

そこで、10本の束3つ、1本のばら2つと10本の束2つ、1本のばら4つと合わせた数を調べる時、合わせた数がわかりやすいように数え棒を並べる操作活動を取り入れるようにする。この操作活動によって、数え棒を横に並べて数えるより、位をそろえる考え方に着目し縦に並べて数える方がわかりやすいことに気づくはずである。つまり、縦に並べると10本の束どうし、1本のばらどうしたしやすく、すぐに合わせた数がわかることになる。このことから、式に書く時も横に書くより、位をそろえる考え方に着目して筆算形式のように十の位どうし、一の位どうし並べて書く方が計算しやすいことに気づかせ、式を縦に書いて筆算をしようという問題をもたせることができる。

このように、数え棒を縦に束ごと、ばらごとと並べて数えるという操作活動によって、位取りと

いう数学的な考え方に着目させることができ、「正しく位をそろえて筆算をしよう」という問題をもつことができる。

#### ○5年 異分母分数のたし算の事例

分母の異なる分数のたし算のしかたを理解させることをねらった指導である。

問題場面は、「 $2/3L$ と $1/4L$ を合わせると何Lになりますか」という場面を設定する。この時に、同時に画用紙を用いて、まず図で $1/3L$ の2つ分、 $1/4L$ の1つ分のかさを準備して操作活動を取り入れられるようにしておく。

自力解決を図る段階で、操作活動を位置づけ $2/3$ を $8/12$ に、 $1/4$ を $3/12$ に通分して分母を同じ数にそろえてたすことに気づかせることが多いようである。しかし、これでは、なぜ分母を同じ数にそろえなくてはならないのか、その必要性を十分に理解させることができていない。したがって、学習後も $2/3 + 1/4 = 3/7$ とするつまずきが多くなる。

そこで、問題をもつ段階で、先ほど準備しておいたまず図の操作活動を取り入れ、単位分数の考えに着目させ、分母が異なると分数をたすことができないことに気づかせるようにする。まず、まず図に、画用紙で $1/3L$ の2つ分のかさを示す。そのまず図の上に、今度は $1/4L$ のかさを並べる。すると、 $1/3L$ の2つ分と $1/4L$ の1つ分を合わせたまず図を示すことになる。ここで、「合わせたかさは何Lでしょう」と合わせたかさを表すことを求める。しかし、 $1/3$ と $1/4$ の単位分数がそろっていないため、合わせたかさを分数で表すことはできない。このことを児童に気づかせ、 $1/3$ と $1/4$ のままではたすことができないことを十分に理解させる。このことで、通分する必要性に気づかせ、分母をそろえて分数のたし算をしようとする問題をもたせることができる。

このように、まず図を用いて $1/3L$ の2つ分と $1/4L$ の1つ分を合わせるという操作活動を取り入れることによって、単位分数をそろえるという数学的な考え方に着目して、「分母を同じ数にそろえて分数のたし算をしよう」という問題をもつことができる。

#### ○5年 公倍数の事例

公倍数の意味を理解させ、公倍数を見つけることができるようにさせることをねらった指導である。

問題場面を、「3人グループでも、4人グループでも両方つくることができる人数は何人の場合

でしょう」という場面を設定して、3の倍数と4の倍数をつくらせ、共通する数である公倍数を見つけさせるという展開がよくある。しかし、これでは単に両方の倍数に共通する数を見つけているだけで、公倍数の意味を考えさせることはできていない。

そこで、問題場面を「2か所から花火が打ちあがります。一方は3秒ごとで、もう一方は4秒ごとです。両方から同時に花火が打ちあがるのは何秒ごとでしょうか」という場面を設定し、花火が打ちあがる動画を見せる。そして、同時に打ちあがる時間を調べさせる操作活動を取り入れ、共通部分を特定するという考え方に着目して公倍数の意味を考えさせる。

まず、両方から打ちあがる時間を動画から数直線に印をつけて調べさせる。すると、12秒、24秒、36秒となっていく。ここで、「12、24、36って、どんな数でしょう」と問いかけ、この数の意味を考えさせる。そして、数直線から、12、24、36の意味を考えさせ、3の倍数と4の倍数の共通する数になっていることに気づかせることができる。このことで、2つの数の共通部分に着目して公倍数を見つけようとする問題をもたせることができる。

このように、同時に打ちあがる時間を調べるという操作活動を取り入れることで、公倍数を先に示し、共通部分を特定するという数学的な考え方に着目して公倍数の意味を考えることにより、「2つの数の倍数に共通する数を調べて公倍数を見つけよう」という問題をもつことができる。

#### (2) 自力解決を図る段階での数学的活動

##### ○2年 はこの形の事例

6つの面のつなぎ方を理解させ、はこの形（直方体）をつくらせることをねらった指導である。

「6つの面をつないで、はこの形をつくろう」という問題場面を設定し、直方体を観察させて、つなぎ方を考えさせるという導入がよくある。ところが、三次元の図形である直方体から面のつなぎ方を考えることに抵抗感を持つ児童が多い。三次元空間の認識が弱い児童にとっては面のつなぎ方を考えることが十分にできないからである。観察する直方体も透明のものならまだしも、箱や積み木などを使う場合が多く、全体の面のつながり方がとらえにくい。

そこで、自力解決を図る段階で、6つの面と一



緒に、紙で作った箱を準備して、その箱を分解する操作活動を取り入れる。箱を分解することで、おのずと面のつながり方に着目することになる。6つの面をテープでとめて作った箱であれば簡単に分解することができる。箱を分解するという操作活動をしなが、どのように面をつなぐと、はこの形をつくることができるのかがわかり、正しく箱をつくることができる。

このように、箱を分解するという操作活動を取り入れることにより、面のつながり方に着目するという数学的な考え方を活用しながら6つの面を組み立て、はこの形をつくり、自力解決を図ることができる。

#### ○3年 12×4の計算の事例

2桁×1桁の計算のしかたを理解させることをねらった指導である。

授業の導入時に、絵図を使って、10のまとまり1つ分と1のばらの2つ分を4倍した図を示し、4を10にも、2にもかけないといけなことを理解させることがある。しかし、絵図だけでは、数操作をイメージさせることができず、どうして4を10と2にかけるのか、その根拠を考えさせることが十分にできていない。はじめの12を4倍するところがとらえられていないからである。

そこで、自力解決を図る段階で、12を10円玉1こと1円玉2ことお金模型で提示する。そして、分配法則の考え方を活用させるため、12円の4倍をつくる操作活動を取り入れる。

まず、12×4なので、10円玉1こと1円玉2このセットを4つ分並べさせる。そして、10円玉が4こで40円、1円玉が8こで8円に並びかえさせる。すると、40は10×4で、8は2×4になっていることに気づくはずである。このことにより、かける数4は、かけられる数12の10と2に、それぞれかけなくてはならないことに気づき、自力で計算のしかたを考えることができる。

このように、10円玉と1円玉で12の4倍をつくるという操作活動を取り入れることで、分配法則という数学的な考え方を活用しながら、かける数のかけ方に気づくことで、自力解決を図り、12×4の計算のしかたを明らかにすることができる。

#### ○3年 二等辺三角形の作図の事例

二等辺三角形の作図のしかたを理解させることをねらった指導である。

二等辺三角形の性質である「2つの辺の長さ2つの角の大きさが等しい」ことを使って作図をさせることになる。児童に二等辺三角形の性質を想起させ、性質を使って作図のしかたを考えさせようとするが、作図と性質の関連付けができていないために、自力で解決できないことがよくある。そして、結局コンパスを導入して作図のしかたを教えるということになる。

そこで、5cm、7cm、7cmの二等辺三角形ABCを作図するとすれば、3つの辺の模型を紙テープで作り、この辺の模型を用いた操作活動を取り入れ、構成要素を決める考え方を活用させて作図のしかたを考えさせるようにする。

底辺となる5cmの辺BCの模型を下に置き、結局、その上の頂点Aを決めればよいことを確かめさせる。次に、辺ABと辺ACの模型をそれぞれの辺のところに置き、頂点Aがどのような点かを考えさせるようにする。そして、頂点Aは、頂点Bから7cm、頂点Cから7cm、離れている点であることに気づかせる。ここで、構成要素を決めるという考え方を活用させるため辺ABと辺ACの模型を回転させる操作活動を取り入れる。

まず、辺ABの模型を頂点Bを中心に回転させる操作活動をさせる。そして、頂点Aとなる点が半径7cmの円の軌跡をたどることに気づかせる。次に、辺ACの模型を頂点Cを中心に回転させる操作活動によって、頂点Aとなる点が半径7cmの円の軌跡をたどることに気づかせる。すると、頂点Aは中心を頂点Bとした半径7cmの円と、中心を頂点Cとした半径7cmの円の2つの円の交わった点となることに気づくはずである。ここまで、頂点Aの決め方を気づかせておけば、児童自らがコンパスの必要感を理解し、コンパスを使って二等辺三角形の作図のしかたを自力で考えることができるはずである。

このように、辺の模型を回転させる操作活動を取り入れることで、図形の構成要素を決めるという数学的な考え方を活用しながら頂点Aの決め方に気づくことで、自力解決を図り、二等辺三角形の作図のしかたを明らかにすることができる。

#### ○4年 面積の求め方の事例

長方形や正方形の面積の求め方(公式)を理解させることをねらった指導である。

問題場面では、長方形など2つの図形を示し、どちらが広いと考えさせる場面を設定する。実際

に広さを比べるので、長方形などの紙を準備して重ねることもよくある。しかし、自力解決を図る段階で、実際に長方形の紙で広さ比べをしても、面積を数値化しようとする考えは生まれてこない。結局、1辺が1cmの正方形を示し、面積の単位である「 $\text{cm}^2$ 」を指導し、公式を教えることになる。その結果、広さ比べが面積の公式「たて×よこ」につながらず、この式が何を求めているのかという公式の意味を十分に理解させることができないのである。

そこで、まず、たて6cm、よこ10cmの長方形の紙と1辺が8cmの正方形の紙を準備して、2つの紙を重ねて広さを比べさせる。しかし、縦の方向も、横の方向も紙がはみ出る部分があり、正しく広さを比べることができない。ここで、ブロック、積み木、お金模型、消しゴムなど単位を自分で決めて長方形や正方形の紙に敷き詰めて、広さを比べるという操作活動を取り入れる。この操作活動によって「長方形の広さはブロックの20こ分だった」「正方形の方はお金模型の15こ分だ」などのように広さを数値化する考え方を活用して広さを比べることができる。こうして、長方形と正方形の広さを数値化したことが面積の公式につながり、自力で公式を考えていくことができる。

このように、単位となるものを準備して、広さを比べるという操作活動を取り入れることによって、数値化するという数学的な考え方を活用しながら長方形や正方形の広さを数値で表すことで、自力解決を図り、面積の公式を明らかにしていくことができる。

### (3) 集団で検討する段階での数学的活動

#### ○1年 くり上がりのたし算の事例

8+3のようにくり上がりのあるたし算のしかたを理解させることをねらった指導である。

8+3となる問題場面を設定し、自力解決をさせ、8+3の計算のしかたを考えさせる。児童は、自力解決の段階で、これまでのたし算のように、ブロック操作をしながら、8から3を数えたり、9、10、11として答えを出す。

集団で検討する段階では、8と3を数えたりして11となることを全体で確かめさせる。ここで、自力解決の段階でのブロック操作に「10のまとまりのわく」を加えた操作活動を取り入れ、10のまとまりに着目した考え方をもとにさせ、答え

を数えなくても求められる方法を検討させる。

まず、操作活動では、「10のまとまりのわく」に8このブロックを並べると、2こ分の空いたスペースができる。その空いたスペースに3このブロックの内の2こを並べると、数えなくても10となることがわかる。そして、10のまとまりと残った1こを合わせて11となることがすぐわかることに気づく。こうして、くり上がりのたし算のしかたを新たに見つけることができる。

このように、「10のまとまりのわく」を加えたブロックでの操作活動によって、「10のまとまりといくつ」という数学的な考え方をもとにして集団で答えの求め方を検討することで、くり上がりのたし算のしかたを見つけることができる。

#### ○2年 三角形の性質の事例

三角形は三本の直線で囲まれ、頂点が3つある図形であることを理解させることをねらった指導である。

問題場面では、三角形となっていないものを含め、様々な三角形から正しい三角形を見つける場面を設定する。自力解決の段階では、三角形のものをを見つけ、その根拠を書かせる。そして、集団で検討する段階では、根拠を出し合い、どうして三角形といえるのか、なぜ、三角形とは言えないのかを検討する。児童に「3本の直線で囲まれているので三角形です」と発言させて確認するが、児童の概念があいまいで正しく確認することが難しい。例えば、線の真ん中あたりが直線で両端が曲線であっても、部分的に直線があれば、直線として認識する児童がいる。また、2つの直線がくっついていなくても直線の端を頂点と認識することもある。つまり、辺や頂点の概念がきちんと形成されていないので確認もあいまいなものになる。

そこで、辺や頂点の模型を使って、図形の構成要素に着目した考え方にもとづいた操作活動を取り入れる。まず、紙テープで辺、丸磁石で頂点の模型をつくる。そして、三角形を検討する時に辺や頂点の上に模型を置く操作活動をさせる。

例えば、児童が「直線が3つあります」と発言したら、どこに直線があるのかわかるように辺の模型を上から置かせるようにする。また、頂点の場合も、頂点の模型を点の上に置き、どの点かを特定できるようにする。提示された三角形の辺が部分的に曲線であっても、操作活動によって明確に区別することができる。この操作活動によって、

正しく辺や頂点を認識させながら三角形かどうか検討させることができるのである。

このように、辺や頂点の模型を使い、図形の構成要素に着目した数学的な考え方をもとにした操作活動を取り入れることによって、集団で正しく直線や辺を特定しながら三角形を検討し、三角形や辺、頂点の概念を深めることができる。

#### ○2年 長さ比べの事例

長さの単位1cmの意味を理解し、ものの長さを測定し単位を用いて表すことができるようにすることをねらった指導である。

長さの単位1cmを知らせ、ものさしを導入して、ものの長さの測定のしかたを理解させるだけでは不十分である。これでは、単位の意味の理解が表面的で、単位が何を表しているのかが理解されていない。

そこで、「手作りものさしをつくろう」という問題場面を設定し、児童に30cm程度の細長い板を配布する。そして、板に消しゴム、ブロック、積み木(1cm)、指など使って思い思いにめもりをつけさせる。

自力解決の段階までには、手作りものさしが完成し、集団で検討する段階で、お互い手作りものさしを見せ合うことになる。ここで、児童は、一人一人のものさしのめもりの大きさが異なるため、ものの長さを他の人と比べることができないという問題点に直面する。

そこで、どのめもりが適切かを判断させるために手作りものさしを使って実際にものの長さを測る操作活動を取り入れる。児童は長さを測りながら、指だとももりの大きさがばらばらであったり、消しゴムやブロックだとももりが大きすぎるため長さがめもりの途中にきたりするなど不都合な点をはっきりさせる。そして、1cmの積み木を使ってつめためもりの大きさが一番適切であることに気づく。この単位の考え方にもとづいた操作活動によって、単位の意味を考え適切な単位の大きさを検討し決めたのである。この後、長さの単位1cmを知らせることになる。

このように、手作りものさしを実際に使い、ものの長さを測るという操作活動を取り入れることによって、単位のいくつ分という数学的な考え方をもとにして集団で長さの単位の大きさについて検討し、単位や測定の意味理解を深めることができる。

#### ○3年 $0.3 \times 4$ の計算のしかたの事例

小数 $\times$ 整数の計算のしかたを理解させることをねらった指導である。

問題場面は、「0.3Lのジュースを4本飲みます。全部で何L飲んだでしょう」という場面を設定する。式を確かめさせた後、自力解決させると、 $3 \times 4 = 12$ 、12に小数点をつけて1.2となるという仕方を考える。

集団で検討する段階では、この $3 \times 4$ で1.2とする仕方を取り上げる。そして、 $3 \times 4$ で12は何を求めている式かを検討させる。この時に、0.1をもとにして考えさせるため、円形の画用紙で作った0.1の模型を使う操作活動を取り入れる。まず、0.3を0.1の模型で表させる。すると、0.1の3つ分(0.1の模型3枚)になる。そして、0.3の4倍なので、0.1の3つ分(0.1の模型3枚)を4セット並べるという操作をさせる。ここで、 $3 \times 4 = 12$ は0.1の個数を求めたことに気づかせることができる。このことにより、 $0.3 \times 4$ は0.1を単位にして $3 \times 4 = 12$ で0.1が12個(0.1の模型12枚)なので1.2になることを理解させることができる。

このように、0.1の模型を使い、単位のいくつ分という数学的な考え方をもとにした操作活動を取り入れることにより、式の意味を集団で検討して、 $0.3 \times 4$ の計算の意味理解を深めることができる。

#### ○3年 わり算(等分除)の意味の事例

等分除の意味を理解させることをねらった指導である。

問題場面は、「12個のあめを3人に同じ数ずつ分けます。1人分はいくつになりますか」という場面を設定する。そして、自力解決の段階で、12個のブロックを操作して1人分が4個になることを求めさせる。しかし、ブロック操作が正しく題意を表していないことがよくある。

集団で検討する段階で、ブロック操作をさせて、あめの分け方を発表させる。そして、1人に1個ずつ順に配る分け方と1人に一度に4個ずつ配る分け方などを発表させて、どれが正しい分け方かを検討させる。

児童はブロック操作をする前に答えの4個が思い浮かび一度に4個を配るようである。しかし、4は問題場面の条件にはどこにも示されていないことから、この分け方を正しくないことを理解さ



せる必要がある。ここで、題意通りに等分除の考え方をもとにして、再度同じブロック操作の活動をさせ、4がどこから出てくるのかを気づかせることにする。まず、あめ12個を3人に、1人に1個ずつ配る。次に、3人に残りの9個を1人に1個ずつ配り、さらに残りの6個をまた1人に1個ずつ、最後に残りの3個を1人に1個ずつ配ると、最終的に1人分が4個になる。こうして、等分除の考え方をもとにした操作活動で1人に1個ずつ配る分け方が正しいことを理解させることができる。事前に、1人分の個数の見通しをもたせ2個ずつ、3個ずつ、4個ずつ配るといふ発展的な分け方は等分除の意味を理解させた後に指導すべきである。

このように、題意通りの等分除の分け方という数学的な考え方をもとにして、ブロック操作活動を再度行わせ集団で検討させることによって、等分除の意味理解を深めることができる。また、この後、さらに数値を変えて36個を等分するという場面を取り入れることも効果的である。

#### (4) 解決を繰り返す段階での数学的活動

##### ○1年 くり下がりのあるひき算の事例

12-9のようにくり下がりのあるひき算のしかたを理解させることをねらった指導である。

集団で検討する段階までに、ブロック操作を用いて、10のまとまりから9をひき1、残りの1と2を合わせて3とする計算のしかたを理解させる。

解決を繰り返す段階では、練習問題をさせて、くり下がりのあるひき算のしかたを定着させることになる。しかし、いきなり数操作のみで答えを求めさせるのでは理解を深めさせることはできない。ここで、数値を変えて、再度ブロック操作を取り入れ、10のまとまりの考え方をもとにして、くり下がりのひき算のしかたを繰り返らせるようにする。

例えば13-8なら、10のまとまりのわくを使って、ブロックで10と3を提示する。10のまとまりから8個のブロックをとる。残りの2個と3個で5個となり答えは5となる。このくり下がりのしかたを、再度ブロック操作で確認させることで、くり下がりのしかたの理解が定着する。

このように、数値を変えて異なる場合において、10のまとまりに着目するという数学的な考え方をもとにして、再度ブロック操作を取り入れ解決

を繰り返らせることで、くり下がりのあるひき算のしかたの理解が深まり定着し、また、くり下がりのしかたのよさを実感することができる。

##### ○4年 面積の求め方の事例

長方形や正方形の面積の求め方を理解させることをねらった指導である。

集団で検討する段階までに、長方形や正方形の面積を求めるには、1辺が1cmの正方形の面積である1㎡のいくつ分かで求めればよいことを理解させる。そして、1㎡のいくつ分かを求める時は、たて×よこの計算をすればよいことを理解させ、面積の公式へと導く。

ここで、面積の公式の定着化を図るため、練習問題で公式を使って長方形や正方形の面積を求めさせることになる。しかし、計算で面積を求めるという数的処理が早すぎるため、公式の意味がよく理解できていないことがよくある。つまり、たて×よこによって、何を求めているのが理解されていないのである。

そこで、解決を繰り返す段階では、公式を使う練習を急かず、自由に面積を計算で求めたり、直接数えたりできるように、1cmのいくつの考え方をもとにした操作活動を取り入れる。まず、1cmの方眼を透明シートにコピーする。この透明シートを様々な長方形や正方形などのものの上に重ねて面積を求めさせる。例えば、教科書、下敷き、筆箱などである。また、手や葉などもよい。つまり透明シートが「面積ものさし」となる。この「面積ものさし」を使って、1cmの数を公式で計算したり数えたりして、面積を求める操作活動で公式の意味理解を深めさせることができる。

このように、面積の単位である1cmのいくつ分という数学的な考え方をもとにして、「面積ものさし」を使い身の回りの物の面積を求める操作活動を取り入れることによって、公式の意味理解を深め、公式のよさを実感することができる。

##### ○6年 合同な図形の事例

合同な図形の作図のしかた及び合同条件を理解させることをねらった指導である。

問題をもつ段階から、三角形ABCと合同な三角形を作図するにはどうしたらよいかを考えさせていく。そして、集団で検討する段階では、辺ABと辺BCと角Bを使うと合同な図形が作図できるなどと発表させながら、三辺の内どの辺を使ったのか、また、三つの角の内どの角を使ったのか



を整理して三角形の合同条件を明らかにしていくことになる。しかし、このままでは、使った条件となる辺や角と、それによって決まった辺や角があいまいになり、合同条件が不明確になる。

そこで、解決を繰り返す段階で、決めれば決まる考え方をもとに、使った辺や角とそれによって決まった辺や角を明確に区別できるように、辺や角の模型を用いた操作活動を取り入れる。まず、辺AB、辺BC、辺ACの模型を紙テープで、角A、角B、角Cを画用紙で作る。そして、使った辺や角はその模型を三角形ABCの、その場所に置き、使った条件の辺や角は模型で示すようにする。例えば、先ほどの場合は、辺ABと辺BC、角Bの模型を三角形ABCのそれぞれの場所に置く。そして、残りの辺AC、角A、角Cは自然に決まるので、実際にえんぴつやチョークでかくようにする。このようにすれば、使った条件となる辺や角は模型で示され、決まった辺や角はえんぴつでかかれることになり、明確に区別できる。このことで三角形の決定条件を明確にすることができる。

このように、決めれば決まるという数学的な考え方をもとに辺や角の模型を使った操作活動を取り入れることにより、三角形の合同条件を明確にして理解を深め、図形が決まるという考えのよさを実感することができる。

#### ○6年 比とその利用の事例

等しい比の性質について理解させることをねらった指導である。

問題場面は、「ドレッシングづくりをします。サラダ油大さじ3杯、酢大さじ2杯とサラダ油大さじ6杯、酢大さじ4杯の2通りつくります。それぞれを比で表し、比べましょう」という場面を設定する。そして、集団で検討する段階までに、大さじの絵図を使った操作活動で比例関係を調べさせて、 $3:2=6:4$ となることを理解させる。ここで、すぐ練習問題に進み、数値だけで等しい比を見つけさせても理解は不十分である。

そこで、解決を繰り返す段階で、比例関係を意識づけるため、サラダ油大さじ5杯、酢大さじ3杯のドレッシングを準備し、異なる比となるものと比べさせる操作活動を取り入れるようにする。まず、絵図でサラダ油大さじ5杯と酢大さじ3杯を示す。そして、絵図の操作や等しい比のきまりから $3:2$ とは比例関係にないことを確かめさせた後、実際にサラダ油と酢を混ぜ合わせ、 $3:2$

の場合と味が異なることを確かめさせる。こうして、 $3:2$ と $6:4$ は比例関係が成立し同じ味になり等しくなるが、 $3:2$ と $5:3$ は比例関係が成立せず異なる味となるため等しくはならないことを理解させる。

このように、比例関係に着目するという数学的な考え方をもとに、等しくない比の場合を示して、大さじの絵図を使ったり、実際に味を確かめさせたりする操作活動を取り入れることで、等しい比の性質の理解を深め、比のよさを実感することができる。

## 5 研究のまとめ

### (1) 研究主題について

本研究では、数学的活動を念頭操作の補完的な機能である具体的な操作活動として狭義にとらえた。そして、数学的な考え方と関連付けて問題解決過程の各段階に位置づけることにした。もちろん、常にすべての段階に数学的活動を位置づけるということではない。指導のねらい、内容、児童の実態等に応じて、一つの段階でも適切に位置づけるようにする。このことで、具体的な事例で示した通り、数学的活動のねらいや位置づけ方がより明確になり、効果的に操作活動に取り組ませることができ、授業を改善することができる。また、問題解決過程の各段階に数学的活動を位置づけることで、問題解決的な学習も充実させることもできる。

数学的活動を工夫する時は、児童の念頭操作を補うことができるように具体的な操作活動を取り入れることと数学的な考え方の働きを想定することが重要である。

### (2) 問題をもつ段階での数学的活動

問題場面の状況を単に漠然と把握させるために操作活動を取り入れるというだけでは不十分である。問題場面に内含されている操作活動によって、児童が数学的な考え方に着目して、「何がわからないのか」「何を明らかにすればいいのか」などと問題を焦点化できるように数学的活動を位置づけることが大切である。

そのためには、解決するためには、どんな数学的な考え方が働いているのか具体的に把握しなくてはならない。そして、児童にその数学的な考え方を意識できるように操作活動を工夫して数学的活動を取り入れる必要がある。また、操作活動の中での発問も重要である。操作活動に取り組ませながら、どんな発問で何を意識させるのか事前に計画しておく必要がある。つま

り、操作活動やその中の発問で数学的な考え方の働きに着目させ問題を焦点化し、解決方法の根拠を明らかにしようとさせなければならない。

数学的な活動の位置づけ方は、問題場面に含めて提示することになるので、操作活動の必要がある問題場面を工夫する必要がある。

### (3) 自力解決を図る段階での数学的活動

自力で解決を図り、答えだけではなく、根拠も含めて解決のしかたを明らかにさせなければならない。答えだけとなれば、次の段階では単に答え合わせで終わることになる。そのためには、数学的な考え方を十分に働かせることができるように具体的な操作活動を取り入れることが大切である。どうしても、念頭操作の思考だけでは限界がある。そこで、操作活動を取り組ませる中で、数学的な考え方の働きを具体的に可視化できるように示すことが大切である。つまり、数学的な考え方の働きを可視化できるように、操作するものや操作のさせ方を工夫して数学的活動を位置づけ、解決方法の根拠まで明らかにさせることが大切である。

数学的活動の位置づけ方は、この段階になって児童に新たに取り入れる場合と問題場面に含めておいたものを行わせる場合がある。いずれの場合も活動の必要感をもたせて提示することが大切である。

### (4) 集団で検討する段階での数学的活動

この段階で、自力で明らかにした解決方法を出し合い、検討することになる。そこで、数学的な考え方にもとづいた操作活動を取り入れ、その考え方の働きを具体的に示して検討させることが必要である。数学的な考え方を前提とした操作活動であるべきだ。そのためには、ポイントとなる数学的な考え方を把握し、その考え方を働かせるように操作活動や操作するものを工夫することが大切である。

数学的活動の位置づけ方は、前段階の操作活動を、同じ活動をそのまま取り入れ、観点を明確に持たせた上で活動させ、解決方法を見直させる場合や分析させる場合がある。また、前段階の操作活動に新たな操作を付け加え発展させて取り入れる場合もある。さらに、前段階の操作活動を適応する活動として取り入れる場合もある。いずれの場合も数学的な考え方の働きが明確にとらえさせるように位置づけることが大切である。

### (5) 解決を繰り返す段階での数学的活動

この段階で、問題の解決方法とその根拠をしっかりと

と確認させなくてはならない。そして、解決方法のよさまで実感させたい。そこで、数学的な考え方の働きを活用できるように操作活動や操作するものを工夫して取り入れ、解決を繰り返らせることが大切である。

数学的活動の位置づけ方は、前段階の操作活動を、そのまま別の場面に適応させる場合や新たな操作活動を通して、解決方法を整理・分析できるように取り入れる場合がある。また、前段階の操作活動を再構成し、解決方法を応用・発展できるように取り入れる場合もある。どの場合も、数学的な考え方をもとにした操作活動で解決方法を明確にして確かめさせることが大切である。

### (6) 今後の課題

数学的活動をさらに一般化して、授業に位置づけやすいように取り組みたい。そのためには、同じパターンで位置づけられる事例を分類整理していくことが必要であると考えます。

## 引用文献

- 1) 文部科学省 (2017) : 小学校学習指導要領 (平成29年告示) 解説算数編, 日本文教出版, p23

## 参考文献

- 1) 田口誠 (2023) : コミュニケーションを重視しながら、数学的な見方・考え方を深める算数科学習指導法の研究—対話する場の設定を通して—, 九州女子大学紀要第59巻2号, p125–136.
- 2) 田口誠 (2023) : 数学的な考え方をもとに自ら進んで学ぶ第1学年算数科学習指導の研究—「素地的な学習」を導入した第1学年の単元構成を中心にして—, 九州共立大学研究紀要第13巻2号, p31–39.
- 3) 田口誠, 他 (2002) : 学び方を重視した教育課程の構想と実際, 福岡教育大学紀要第14号, p29–43.

Received date 2024年6月17日

Accepted date 2024年7月23日