生産を伴う経済下での公正配分の存在に関する考察

北 原 真 木

I. 序

以前の拙稿[1]で，純粋交換経済下に於ける公正配分の存在可能性を検討した．本稿では，生産を伴う経済下に於ける公正配分の存在可能性を考究することとする．

生産を伴う経済下に於ける公正配分の存在可能性に就いて考察した先駆的にして典型な文献としては，Varian[2]が挙げられる．ここでは，Varian論文の一部を辿ることで，Varianモデルに拠って当該の問題を考究することの問題点を指摘することとする．

Varianの掲げた２個人・２財モデル数値例[3]を修正して使用することとする．

$$u_1(q_1,n_1)=q_1(35-n_1),$$
$$u_2(q_2,n_2)=q_2(25-n_2),$$
$$q_1+q_2=\frac{1}{5}n_1+n_2.$$

ここで，$q_i\ (i=1,2)$ は第 i 個人の消費する財の数量を，$n_i(i=1,2)$ は第 i 個人の労働時間を表記する．上記３番目の式は社会的生産関数を表す．

パレート効率的な生産と消費とが実現する効率性条件は，すべての個人の限界代替率が等しく，それらが社会的生産関数の限界的変形率に等しいことである．

すると，

個 人 1 の 限 界 代 替 率(marginal rate of substitution; MRS)

$$=MRS_1=\frac{\dfrac{\partial u_1}{\partial q_1}}{\dfrac{\partial u_1}{\partial n_1}}=\frac{35-n_1}{-q_1},$$

---

1 「公正配分の存在に関する考察」in『九州共立大学経済学部紀要』,第116号.

2 Varian(1974).

3 Varian(1974),pp.71-72

$$\text{個人 2 の限界代替率} = MRS_2 = \frac{\dfrac{\partial u_2}{\partial q_2}}{\dfrac{\partial u_2}{\partial n_2}} = \frac{25-n_2}{-q_2},$$

社会的生産関数の限界変形率(marginal rate of transformation; MRT)

$$= \mathrm{MRT} = -\frac{dq_2}{dq_1} = -1$$

から

$$\frac{35-n_1}{-q_1} = \frac{25-n_2}{-q_2} = -1 .$$

この結果と

$$q_1 + q_2 = \frac{1}{5}n_1 + n_2$$

とから，配分例((25,10),(1,24))が求まる．この配分例は，社会的生産関数を充足している．

さて，この配分例において

$$u_1(q_1, n_1) = 25 \times (35-10) = 25^2,$$
$$u_1(q_2, n_2) = 1 \times (35-24) = 11,$$
$$u_2(q_2, n_2) = 1 \times (25-24) = 1,$$
$$u_2(q_1, n_1) = 25 \times (25-10) = 375$$

であるから，個人１が個人２を羨望することはないが，個人２は個人１を羨望する．

当該数値例は，生産を伴う経済に於けるパレート最適性の存在を示すが，「羨望する(envy)」ということの定義からして，無羨望性の要件を充足していないが故に，定義からして公正配分の存在を示すものではない．この公正配分の存在を不可能にするのは，当該モデルの場合，生産性の個人間差に起因すると考えられる．

筆者が問題としたいのは，当該モデルの在り方である．当該モデルでは，効用関数の独立変数として消費財数量と労働時間とを措定している．労働時間によって生産活動の存在と当該個人の生産活動への参加とを示唆してはいるが，生産を伴う経済下での公正配分の存在可能性を云々するには当該モデルは不十分であると云わざるを得ない．生産活動が行われている以上，資本と労働とを独立変数とする生産関数の明示的提示，経済成長の観念，各種主体が提供する生産要素に対する報酬の生産価額に占める割合およびその変動の観念がなければならない，と筆者は考える．

そこで，本稿において筆者は，当該の生産関数を明示した上で時間的観念を導入して，公正配分の存在可能性について検討することとする．

Ⅱ. モデルと分析

ここでは, 生産を伴う完全競争経済において羨望なき配分が存在することが不可能であることを示すことを目標として, 経済成長の過程において所得格差が拡大する趨勢があることを, 短期分析の枠内で示すこととする.

そこで, 当該問題を考究するのに援用することが適当であると筆者が判断した宇沢論文[4]における技法に依拠しつつ考察を展開する.

Ⅱ.1.必要最低所得

2財経済における典型的個人 $i=1,2,\cdots,N$ の効用関数を

$$U^i = U^i(X_1, X_2)$$

と表記する. ここで, $X_j(j=1,2)$ は, 第 j 財の消費量を表記し, U^i は典型的個人 $i=1,2,\cdots,N$ の効用水準および効用関数を表記し, 当該効用関数は, 偏微分可能であるとする.

市民の基本的権利として, すべての個人によって享受されねばならない最低限の効用水準 $U_{\min}$ が社会的合意に基づいて設定されているものとする.

市場価格体系が (P_1, P_2) であるとき, 当該の最低限の効用水準 $U_{\min}$ を実現するためにどの位の所得がなければならないかを示すのが, 必要最低所得(necessary minimum imcome;nmi) Y_{nmi} である. すなわち,

$$Y_{\mathrm{nmi}} \overset{\mathrm{def}}{=} \min\{Y = P_1X_1 + P_2X_2 ; U(X_1, X_2) = U_{\min}\}$$

と定義される.

ここで, $U_{\min} = U(X_1, X_2)$ を充足するような組み合わせ (X_1, X_2) を (X_1^0, X_2^0) と表記すると,

$$Y_{\mathrm{nmi}} = P_1X_1^0 + P_2X_2^0$$

が成り立つ.

さて, 必要最低所得水準における第1財に対する相対支出性向を $c_{1\min}$ と表記すると,

$$c_{1\mathrm{nmi}} \underset{\mathrm{put}}{=} \frac{P_1X_1^0}{Y_{\mathrm{nmi}}}$$

と表される.

同様にして, 最低所得水準における第1財に対する相対支出性向を $c_{2\mathrm{nmi}}$ と表記し,

$$c_{2\mathrm{nmi}} \underset{\mathrm{put}}{=} \frac{P_2X_2^0}{Y_{\mathrm{nmi}}}$$

とおく.

ここで, $c_{1\mathrm{nmi}} > 0, c_{2\mathrm{nmi}} > 0, c_{1\mathrm{nmi}} + c_{2\mathrm{nmi}} = 1$ である.

---

4 宇沢(2003).

$Y_{\mathrm{nmi}} = P_1X_1^0 + P_2X_2^0$ において $Y_{\mathrm{nmi}}, P_1, P_2, X_1^0, X_2^0$ を時間 t の関数と看做して t について全微分し，変形整理する．

$$1 \cdot \frac{dY_{\mathrm{nmi}}}{dt} = X_1^0 \cdot \frac{dP_1}{dt} + P_1 \cdot \frac{dX_1^0}{dt} + X_2^0 \cdot \frac{dP_2}{dt} + P_2 \cdot \frac{dX_2^0}{dt}, \text{i.e.,}$$

$$\dot{Y}_{\mathrm{nmi}} = X_1^0 \dot{P}_1 + P_1 \dot{X}_1^0 + X_2^0 \dot{P}_2 + P_2 \dot{X}_2.$$

ここで，$\dot{Y}_{\mathrm{nmi}} \underset{\mathrm{put}}{=} \dfrac{dY_{\mathrm{nmi}}}{dt}, \dot{P}_1 \underset{\mathrm{put}}{=} \dfrac{dP_1}{dt}, \dot{P}_2 \underset{\mathrm{put}}{=} \dfrac{dP_2}{dt}, \dot{X}_1^0 \underset{\mathrm{put}}{=} \dfrac{dX_1^0}{dt}.$

上式の両辺を $Y_{\mathrm{nmi}} \neq 0$ で割る．

$$\frac{\dot{Y}_{\mathrm{nmi}}}{Y_{\mathrm{nmi}}} = \frac{1}{Y_{\mathrm{nmi}}}(X_1^0 \dot{P}_1 + P_1 \dot{X}_1^0) + \frac{1}{Y_{\mathrm{nmi}}}(X_2^0 \dot{P}_2 + P_2 \dot{X}_2^0)$$

$$= \frac{P_1X_1^0}{Y_{\mathrm{nmi}}}\left(\frac{\dot{P}_1}{P_1} + \frac{\dot{X}_1^0}{X_1^0}\right) + \frac{P_2X_2^0}{Y_{\mathrm{nmi}}}\left(\frac{\dot{P}_2}{P_2} + \frac{\dot{X}_2^0}{X_2^0}\right), \text{i.e.,}$$

$$\hat{Y}_{\mathrm{nmi}} = c_{1\mathrm{nmi}}(\hat{P}_1 + \hat{X}_1^0) + c_{2\mathrm{nmi}}(\hat{P}_2 + \hat{X}_2^0) = (c_{1\mathrm{nmi}} \hat{P}_1 + c_{2\mathrm{nmi}} \hat{P}_2) + (c_{1\mathrm{nmi}} \hat{X}_1^0 + c_{2\mathrm{nmi}} \hat{X}_2^0).$$

が得られる．ここで，$\hat{P}_1 \underset{\mathrm{put}}{=} \dfrac{\dot{P}_1}{P_1}, \hat{P}_2 \underset{\mathrm{put}}{=} \dfrac{\dot{P}_2}{P_2}, \hat{X}_1^0 \underset{\mathrm{put}}{=} \dfrac{\dot{X}_1^0}{X_1^0}, \hat{X}_2^0 \underset{\mathrm{put}}{=} \dfrac{\dot{X}_2^0}{X_2^0}.$

さて，最低効用水準が短期においては不変であるとすると，

$$\frac{\partial U}{\partial X_1}\dot{X}_1^0 + \frac{\partial U}{\partial X_2}\dot{X}_2^0 = 0$$

である．ここで，$\dfrac{\partial U}{\partial X_1} \neq 0, \dfrac{\partial U}{\partial X_2} \neq 0$ でとしてよいから，$\dot{X}_1^0 = \dot{X}_2^0 = 0$ で，

$$\frac{\dot{X}_1^0}{X_1^0} = \hat{X}_1^0 = 0, \frac{\dot{X}_2^0}{X_2} = \hat{X}_2 = 0$$

となる．さて，

$$c_{1\mathrm{nmi}} \hat{X}_1^0 + c_{2\mathrm{nmi}} \hat{X}_2^0 = \frac{P_1X_1^0}{Y_{\mathrm{nmi}}} \hat{X}_1^0 + \frac{P_2X_2^0}{Y_{\mathrm{nmi}}} \hat{X}_2^0$$

であるから，直上の結果と併せて

$$c_{1\mathrm{nmi}} \hat{X}_1^0 + c_{2\mathrm{nmi}} \hat{X}_2^0 = 0$$

である．したがって，

$$\hat{Y}_{\mathrm{nmi}} = c_{1\mathrm{nmi}} \hat{P}_1 + c_{2\mathrm{nmi}} \hat{P}_2$$

が得られる．

さて，次に為すべき作業は，当該２財価格の変化率である，$\hat{P}_j, j=1,2$ を求めることである．

Ⅱ.2.供給サイドの分析

$\hat{P}_j, j=1,2$ を求めるために，先ず，供給主体側の活動分析をすることとする．当該経済は完全競争経済であり，そこでの生産活動は２企業$(j=1,2)$によって為され，２種類の財が生産され，それ等２財のみが当該経済に存在する生産物であるものとする．ここで，添字の付け方からして，第１企業は第１財を，第２企業は第２財を生産することとしている．

当該企業の生産関数を

$$Q_j = AK_j^{\alpha}N_j^{1-\alpha}, j=1,2, 0<\alpha<1$$

とする．ここで，$Q_j, j=1,2$ は第 j 企業における産出量を，$N_j, j=1,2$は第 j 企業において投下される労働量を，$K_j, j=1,2$は第 j 企業において投下される実物資本量を表記する．Aは技術水準を示す正の実数である定数とし，当該２企業において共通であるものとする．

さて，２種類の投入要素量を同時にλ倍（λは正の実数）すると，

$$A((\lambda K_j)^{\alpha}(\lambda N_j)^{1-\alpha}) = \lambda^{\alpha+(1-\alpha)}AK_j^{\alpha}N_j^{1-\alpha} = \lambda Q_j, j=1,2, 0<\alpha\le 1$$

が成立するから，当該の生産関数は１次同次関数である．さて，当該の２生産関数を１次同次関数と想定する理由は次のようである．現代経済の供給側面の中核を担う基幹産業の殆どが大規模装置産業であることから，規模に関する収穫一定性が現代経済の供給側面の特徴とすることができる．

そこで，$\lambda \underset{\text{put}}{=} 1/N_j, j=1,2$ とすると，

$$\frac{Q_j}{N_j} = A\left(\frac{K_j}{N_j}\right)^{\alpha}1^{1-\alpha} = Ak_j^{\alpha}$$

となる．ここで，$k_j \underset{\text{put}}{=} \dfrac{K_j}{N_j}$．

上の結果は，$Q_j = Ak_j^{\alpha}N_j$ と書き直される．

さて，$Q_j = Ak_j^{\alpha}N_j, j=1,2, 0<\alpha<1$の両辺の対数をとると

$$\log Q_j = \log A + \log k_j^{\alpha} + \log N_j$$

で，これを全微分して整理する；

$$\frac{1}{Q_j}dQ_j = \frac{1}{k_j^{\alpha}}\alpha k_j^{\alpha-1}dk_j + \frac{1}{k_j^{\alpha}}\alpha k_j^{\alpha-1}\frac{-K_j}{N_j^2}dN_j + \frac{1}{N_j}dN_j$$

$$= \frac{1}{k_j^{\alpha}}\alpha k_j^{\alpha-1}dk_j - \frac{1}{k_j^{\alpha}}\alpha k_j^{\alpha-1}k_j\frac{1}{N_j}dN_j + \frac{1}{N_j}dN_j$$

$$= \frac{1}{k_j^{\alpha}}k_j^{\alpha-1}dk_j + (1-\alpha)\frac{1}{N_j}dN_j = \alpha\frac{1}{k_j}dk_j + (1-\alpha)\frac{1}{N_j}dN_j.$$

ここで，$\alpha, 1-\alpha$ の意味するところは，次のようである．

先ず，第 j 企業の利潤 Π_j は，$\Pi_j \overset{\text{def}}{=} P_jQ_j - RK_j - WN_j$ と定義されるが，ここで，当該企業にとって操作可能な唯一の変数は，完全競争状態と短期分析の想定下では N_j である．したがって，利潤最大化の為の必要条件は，

$$P_j \frac{\partial Q_j}{\partial N_j} = W, \text{i.e.}, \frac{\partial Q_j}{\partial N_j} = \frac{W}{P_j}$$

である．つまり，労働の限界生産力＝実質賃金率の水準で労働投入量が決定される．

そこで，労働の要素分配率 θ_N は，

$$\theta_N = \frac{WN_j}{P_jQ_j} = \frac{W}{P_j}\frac{N_j}{Q_j} = \frac{\partial Q_j}{\partial N_j}\frac{N_j}{Q_j} = (1-\alpha)AN^{-\alpha}K^{\alpha}\frac{N_j}{Q_j}$$

$$= (1-\alpha)AN^{1-\alpha}K^{\alpha}\frac{1}{Q_j} = 1-\alpha$$

となる．

同様にして資本の要素分配率 θ_K は，$\theta_K = \alpha$ となる．

一方，$Q_j = Ak_j^{\alpha}N_j$ を N_j について偏微分すると，

$$\frac{\partial Q_j}{\partial N_j} = A\alpha k_j^{\alpha-1}\frac{-K_j}{N_j^2}N_j + Ak_j^{\alpha} = A\alpha k_j^{\alpha-1}(-k_j) + Ak_j^{\alpha} = -A\alpha k_j^{\alpha} + Ak_j^{\alpha}$$

$$= (1-\alpha)Ak_j^{\alpha}$$

で，先の結果 $\partial Q_j / \partial N_j = W/P_j$ と併せて，

$$(1-\alpha)\ Ak_j^{\alpha} = \frac{W_j}{P_j}$$

である．この両辺の対数をとり，全微分する．

$$\log(1\text{-}\alpha) + \log A + \log k_j^{\alpha} = \log W - \log P_j$$

から

$$\frac{1}{k_j^{\alpha}}\alpha k_j^{\alpha-1}dk_j = \frac{1}{W}dW - \frac{1}{P_j}dP_j.$$

すなわち，

$$\frac{dP_j}{P_j} = \frac{dW}{W} - \alpha\frac{dk_j}{k_j}.$$

さて，供給の価格弾力性は，

$$\sigma_j \overset{\text{def}}{=} \frac{P_j}{Q_j}\frac{dQ_j}{dP_j}$$

と定義されるが，この定義式は，

$$\sigma_j = \frac{P_j}{Q_j}\frac{dQ_j}{dP_j} = \frac{dQ_j/Q_j}{dP_j/P_j}$$

と変形され, 先の計算結果を代入することで

$$\sigma_j = \frac{P_j}{Q_j}\frac{dQ_j}{dP_j} = \frac{dQ_j/Q_j}{dP_j/P_j} = \frac{\alpha\frac{dk_j}{k_j}+(1-\alpha)\frac{dN_j}{N_j}}{\frac{dW}{W}-\alpha\frac{dk_j}{k_j}}$$

と書き直される.

II.3.需要サイドの分析

典型的個人 $i(=1,2,\cdots,N)$ の効用関数をコブ＝ダグラス型効用関数と想定し,

$$U^i \overset{\text{def}}{=} X_1^{\beta}X_2^{1-\beta}, 0<\beta<1, i=1,2,\cdots,N$$

と定義する. このとき, 当該個人は, 予算制約条件 $P_1X_1+P_2X_2 \le Y^i$ の下でその効用関数値を最大化すると想定される。ここで, Y^iは第 $i(=1,2,\cdots,N)$ 個人の所得を表記する. そのとき, ラグランジュ関数を措定し, ラグランジュの未定係数法を援用することで当該個人の需要関数が求まる. すなわち, 第１財に対する需要関数は

$$X_1^i = \frac{\beta Y^i}{P_1}$$

で, 市場全体での第1財に対する需要関数は

$$X_1 = \sum_{i=1}^{N} X_1^i = \sum_{i=1}^{N}\frac{\beta Y^i}{P_1} = \frac{\beta}{P_1}\sum_{i=1}^{N} Y^i = \frac{\beta Y}{P_1} \underset{\text{put}}{=} X_1(P_1,Y)$$

である.

同様にして第2財に対する需要関数は

$$X_2^i = \frac{(1-\beta)Y^i}{P_2}$$

で, 市場全体での第２財に対する需要関数は

$$X_2 = \sum_{i=1}^{N} X_2^i = \sum_{i=1}^{N}\frac{\beta Y^i}{P_2} = \frac{(1-\beta)}{P_2}\sum_{i=1}^{N} Y^i = \frac{(1-\beta)Y}{P_2} \underset{\text{put}}{=} X_2(P_2,Y)$$

である.

第1財の需要関数は, p_1, Y について０次同次であるから, オイラーの定理から

$$\frac{\partial X_1}{\partial P_1}P_1 + \frac{\partial X_1}{\partial Y}Y = 0$$

が成り立つ. 同様にして第2財の需要関数についても

$$\frac{\partial X_2}{\partial P_2}P_2 + \frac{\partial X_2}{\partial Y}Y = 0$$

が成り立つ. 次に各種価格弾力性を用いてこの結果を書き直す.

需要の価格弾力性は,

$$\eta_{11} \overset{\text{def}}{=} -\frac{P_1}{X_1}\frac{\partial X_1}{\partial P_1}, \eta_{22} \overset{\text{def}}{=} -\frac{P_2}{X_2}\frac{\partial X_2}{\partial P_2}$$

として, 需要の所得弾力性は,

$$\eta_{1Y} \overset{\text{def}}{=} \frac{Y}{X_1}\frac{\partial X_1}{\partial Y}, \eta_{2Y} \overset{\text{def}}{=} \frac{Y}{X_2}\frac{\partial X_2}{\partial Y}$$

と定義される. 但し, ここで, 第1財, 第2財はともに劣等財ではないと想定している.

ここで, 当該の需要関数の形からして, 需要の交差弾力性は

$$\eta_{12} \overset{\text{def}}{=} -\frac{P_2}{X_1}\frac{\partial X_1}{\partial P_2} = 0, \eta_{21} \overset{\text{def}}{=} -\frac{P_1}{X_2}\frac{\partial X_2}{\partial P_1} = 0,$$

ということになっている. そこで,

$$\frac{\partial X_1}{\partial P_1}P_1 + \frac{\partial X_1}{\partial Y}Y = (\frac{\partial X_1}{\partial P_1}\frac{P_1}{X_1} + \frac{\partial X_1}{\partial Y}\frac{Y}{X_1})X_1 = -\eta_{11}X_1 + \eta_{1Y}X_1 = 0, \text{i.e.,}$$

$$-\eta_{11} + \eta_{1Y} = 0,$$

$$\frac{\partial X_2}{\partial P_2}P_2 + \frac{\partial X_2}{\partial Y}Y = (\frac{\partial X_2}{\partial P_2}\frac{P_2}{X_2} + \frac{\partial X_2}{\partial Y}\frac{Y}{X_2})X_2 = -\eta_{22}X_2 + \eta_{1Y}X_1 = 0, \text{i.e.,}$$

$$-\eta_{22} + \eta_{2Y} = 0.$$

という結果が得られる.

Ⅱ.4.市場均衡分析

第 $j(=1,2)$ 財に関する需給均衡条件は

$$Q_j = X_j,$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial N_j} = \frac{W}{P_j},$$

$$X_j = X_j(P_j, Y),$$

$$Y = RK + WN$$

である.

この均衡状態が維持されるものとし, P_1あるいはP_2と Yとの間の変化率の関係を求める. そこで, 先ず, 第1財の需要関数 $X_1 = X_1(P_1, Y)$について対数微分を施すと,

$$\frac{1}{X_1}\frac{dX_1}{dt} = \frac{1}{X_1}\frac{\partial X_1}{\partial P_1}\frac{dP_1}{dt} + \frac{1}{X_1}\frac{\partial X_1}{\partial Y}\frac{dY}{dt}$$

$$= \frac{P_1}{X_1}\frac{\partial X_1}{\partial P_1}\frac{1}{P_1}\frac{dP_1}{dt} + \frac{Y}{X_1}\frac{\partial X_1}{\partial Y}\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt}$$

が得られるから

$$\hat{X}_1 = -\eta_{11}\hat{P}_1 + \eta_{1Y}\hat{Y}$$

となる. ここで, $\hat{X}_1 \underset{\text{put}}{=} \frac{\dot{X}_1}{X_1}, \hat{P}_1 \underset{\text{put}}{=} \frac{\dot{P}_1}{P_1}, \hat{Y} \underset{\text{put}}{=} \frac{\dot{Y}}{Y}$ とおいている.

さて, 均衡状態においては, $Q_1 = X_1$ が成り立っているから, 両辺を時間 t について対数微分する. すると,

$$\frac{\dot{Q}_1}{Q_1} = \frac{\dot{X}_1}{X_1} = \frac{1}{X_1}\frac{\partial X_1}{\partial P_1}\frac{dP_1}{dt} = \frac{P_1}{X_1}\frac{\partial X_1}{\partial P_1}\frac{1}{P_1}\frac{dP_1}{dt} = \frac{P_1}{Q_1}\frac{\partial Q_1}{\partial P_1}\frac{1}{P_1}\frac{dP_1}{dt}$$

であるから, 先の表記法を用いて

$$\hat{X}_1 = \sigma_1 \hat{P}_1$$

となる. すると, $\hat{X}_1 = -\eta_{11}\hat{P}_1 + \eta_{1Y}\hat{Y}$ から

$$(\eta_{11} + \sigma_1)\hat{P}_1 = \eta_{1Y}\hat{Y}$$

が得られる.

同様にして第2財について,

$$(\eta_{22} + \sigma_2)\hat{P}_2 = \eta_{2Y}\hat{Y}$$

が得られる. 上の2つの結果から $\hat{P}_1, \hat{P}_2$ を求める. そのために上記当該2式を

$$\left(\frac{\eta_{11}}{\eta_{1Y}} + \frac{\sigma_1}{\eta_{1Y}}\right)\hat{P}_1 = \hat{Y}$$

と

$$\left(\frac{\eta_{22}}{\eta_{2Y}} + \frac{\sigma_2}{\eta_{2Y}}\right)\hat{P}_2 = \hat{Y}$$

と変形し, クラーメルの公式を適用するために上記2式を行列表示する.

$$\begin{bmatrix} \frac{\eta_{11}}{\eta_{1Y}} + \frac{\sigma_1}{\eta_{1Y}} & 0 \\ 0 & \frac{\eta_{22}}{\eta_{2Y}} + \frac{\sigma_2}{\eta_{2Y}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{P}_1 \\ \hat{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y} \\ \hat{Y} \end{bmatrix}$$

ここで, $\Delta \underset{\text{put}}{=} \left(\frac{\eta_{11}}{\eta_{1Y}} + \frac{\sigma_1}{\eta_{1Y}}\right)\left(\frac{\eta_{22}}{\eta_{2Y}} + \frac{\sigma_2}{\eta_{2Y}}\right) \neq 0$ であると看做して,

$$\hat{P}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \hat{Y} & 0 \\ \hat{Y} & \frac{\eta_{22}}{\eta_{2Y}} + \frac{\sigma_2}{\eta_{2Y}} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\frac{\eta_{22}}{\eta_{2Y}} + \frac{\sigma_2}{\eta_{2Y}}}{\Delta}\hat{Y},$$

$$\hat{P}_2 = \frac{\begin{vmatrix} \dfrac{\eta_{11}}{\eta_{1Y}} + \dfrac{\sigma_1}{\eta_{1Y}} & \hat{Y} \\ 0 & \hat{Y} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\dfrac{\eta_{11}}{\eta_{1Y}} + \dfrac{\sigma_1}{\eta_{1Y}}}{\Delta}\hat{Y}.$$

Ⅱ.5.分析結果

先の結果である $\hat{Y}_{\mathrm{nmi}} = c_{1\mathrm{nmi}}\hat{P}_1 + c_{2\mathrm{nmi}}\hat{P}_2$ に上の結果を代入する. すると,

$$\hat{Y}_{\mathrm{nmi}} = \left(c_{1\mathrm{nmi}}\frac{\left(\dfrac{\eta_{22}}{\eta_{2Y}} + \dfrac{\sigma_2}{\eta_{2Y}}\right)}{\Delta} + c_{2\mathrm{nmi}}\frac{\left(\dfrac{\eta_{11}}{\eta_{1Y}} + \dfrac{\sigma_1}{\eta_{1Y}}\right)}{\Delta}\right)\hat{Y}$$

$$= \left(c_{1\mathrm{nmi}}\frac{1}{\dfrac{\eta_{11}}{\eta_{1Y}} + \dfrac{\sigma_1}{\eta_{1Y}}} + c_{2\mathrm{nmi}}\frac{1}{\dfrac{\eta_{22}}{\eta_{2Y}} + \dfrac{\sigma_2}{\eta_{2Y}}}\right)\hat{Y}$$

$$= \left(c_{1\mathrm{nmi}}\frac{1}{\dfrac{\eta_{1Y}}{\eta_{1Y}} + \dfrac{\sigma_1}{\eta_{1Y}}} + c_{2\mathrm{nmi}}\frac{1}{\dfrac{\eta_{2Y}}{\eta_{2Y}} + \dfrac{\sigma_2}{\eta_{2Y}}}\right)\hat{Y}$$

$$= \left(c_{1\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{1Y}}{\eta_{1Y} + \sigma_1} + c_{2\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{2Y}}{\eta_{2Y} + \sigma_2}\right)\hat{Y}.$$

ここで, $0 < \sigma_1, 0 < \eta_{1Y}$ であるから $0 < \eta_{1Y}/(\eta_{1Y} + \sigma_1) < 1$ で, $0 < c_{1\mathrm{nmi}} < 1$ であるから,

$$0 < c_{1\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{1Y}}{\eta_{1Y} + \sigma_1} < 1$$

である. 同様にして,

$$0 < c_{2\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{2Y}}{\eta_{2Y} + \sigma_2} < 1.$$

したがって,

$$0 < c_{1\mathrm{nmi}}\frac{1}{\dfrac{\eta_{11}}{\eta_{1Y}} + \dfrac{\sigma_1}{\eta_{1Y}}} + c_{2\mathrm{nmi}}\frac{1}{\dfrac{\eta_{22}}{\eta_{2Y}} + \dfrac{\sigma_2}{\eta_{2Y}}}.$$

よって,

$$\hat{Y}_{\mathrm{nmi}} = \left(c_{1\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{1Y}}{\eta_{1Y} + \sigma_1} + c_{2\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{2Y}}{\eta_{2Y} + \sigma_2}\right)\hat{Y}.$$

から

$$0 < \left(c_{1\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{1Y}}{\eta_{1Y} + \sigma_1} + c_{2\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{2Y}}{\eta_{2Y} + \sigma_2}\right) < 1 \Leftrightarrow \hat{Y}_{\mathrm{nmi}} < \hat{Y},$$

$$\left(c_{1\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{1Y}}{\eta_{1Y} + \sigma_1} + c_{2\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{2Y}}{\eta_{2Y} + \sigma_2}\right) = 1 \Leftrightarrow \hat{Y}_{\mathrm{nmi}} = \hat{Y},$$

$$\left(c_{1\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{1Y}}{\eta_{1Y} + \sigma_1} + c_{2\mathrm{nmi}}\frac{\eta_{2Y}}{\eta_{2Y} + \sigma_2}\right) > 1 \Leftrightarrow \hat{Y}_{\mathrm{nmi}} > \hat{Y}$$

という場合分けをすることができる.

Ⅱ.6.分析結果の解釈

この結果が含意するところを解釈する. そこで, 当該社会の構成員で, 生産活動に従事しているN人の個人をその稼得所得額順に並べるものとする. その結果,

$$Y^{(1)} \leq Y^{(2)} \leq \cdots \leq Y^{(k)} \leq \cdots \leq Y^{(N)}$$

となったとする. ここで, 上付き括弧内番号は稼得所得額順序を表している. いま, $Y^{(k)} = Y_{\mathrm{nmi}}$ であるとする. さて, $Y = \sum_{(i)=(1)}^{(i)=(N)} Y^{(i)}$ であるから,

$$(1+\hat{Y})Y = (1+\hat{Y})\sum_{(i)=(1)}^{(N)} Y^{(i)} = (1+\hat{Y})Y^{(1)} + \cdots + (1+\hat{Y})Y^{(k)} \cdots + (1+\hat{Y})Y^{(N)}$$

で, $Y^{(k)} = Y_{\mathrm{nmi}}$ であることから,

$$(1+\hat{Y}_{\mathrm{nmi}})Y_{\mathrm{nmi}} = (1+\hat{Y}_{\mathrm{nmi}})Y^{(k)}.$$

すると, $\hat{Y}_{\mathrm{nmi}} < \hat{Y}$ ならば, $(1+\hat{Y}_{\mathrm{nmi}})Y^{(k)} < (1+\hat{Y})Y^{(k)}$ であるから必要最低所得額以下の所得額しか稼得し得ない個人数が減少することになる.

$\hat{Y}_{\mathrm{nmi}} = \hat{Y}$ ならば, $(1+\hat{Y}_{\mathrm{nmi}})Y^{(k)} = (1+\hat{Y})Y^{(k)}$ であるから必要最低所得額以下の所得額しか稼得し得ない個人数は現行のままである.

$\hat{Y}_{\mathrm{nmi}} > \hat{Y}$ ならば, $(1+\hat{Y}_{\mathrm{nmi}})Y^{(k)} > (1+\hat{Y})Y^{(k)}$ であるから必要最低所得額以下の所得額しか稼得し得ない個人数が増加することになる.

弱い意味の単調性と非飽和性の想定の下では, いづれのケースにおいても「羨望」状況は存在し, とりわけ第3のケースにおいては「羨望」の程度が増幅することとなる.

【参考文献】

宇沢弘文,「社会的不安定性と社会的共通資本」in 『経済解析　展開篇』(岩波書店, 2003年), pp.425-454.

Varian,H.R.,Equity,Envy,and Efficiency *Journal of Economic Theory* 9,63-91(1974)