

「自由のパラドックス」の論理構造に就いての基礎的考察

北 原 真 木

I. 序.

経済の整序機構として市場機構が社会的に認知されるに至った所以として、経済を稼働せしめる「精神」である功利主義が市場機構に適合し、当該社会に於ける道德原理として認知されたという歴史的背景があったことは拙稿に於いて説明を展開した。¹⁾

道德原理として社会的に認知された歴史的要請としての功利主義は、全ての主体を同等の存在として扱うが故の効用比較に於いて個人間共通の尺度が存在するという想定と、基数的にしても序数的にしても効用が測定可能であるという想定の下、社会的効用の集計量を最大化することを「正」であるとしてきた。つまり、功利主義は、効用を「善」とみなし、その「善」から「正義」を規定するという立場に立脚するのである。

しかしながら、当該社会に於ける総効用を最大化するという功利主義の「正義」の観点からすれば、少数者の基本的権利である自由が侵されたとしても多数者の効用が増加し、結果として社会全体としての総効用値が増加すれば当該の自由の侵犯は是とされるのである。

功利主義は、効用値で社会状態の是非を判断する効用主義範疇に属するのであるが、同じ効用主義範疇に属するパレート原理にしても功利主義の場合と同様の結果を招来するのである。

此处では序の性格上、エッジワースの箱に於ける2個人・2財の純粹交換経済モデルに依拠する直感的記述に止めることにする。厚生経済学の第一基本定理に拠れば、市場機構を媒介とする競争均衡配分は、初期賦与量の在り方に基底的に依存している。つまり、初期配分が一方の個人に偏った配分であるならば、競争均衡配分もまた然りである。この問題点を解決する為に用意された命題が厚生経済学の第二基本定理である。但し、同第二基本定理に於いても、比較的恵まれた個人と比較的恵まれない個人との初期賦与量にどの程度修正を施すのか、またそのような修正が社会的にみて何故に妥当性を有するのかに就いては全く説明能力を欠いているのである。

以上のことを勘案した場合、功利主義、パレート原理を包含する効用主義とは異なる道德原理、つまり「善」から「正義」を規定する道德原理ではなく、「正義」から「善」を規定する道德原理の必要性が明らかとなってくるのである。後者のような道德原理は、社会契約論と総称される。社会契約論では、「正義」が「善」に先行し、「正義」が「善」を規定するのである。

厚生経済学の第二基本定理に於ける初期賦与量の修正問題の本質的解決には、効用主義的観点からの手法が無効である以上、社会契約論に立脚した解決法に頼らざるを得ないと判断される。

社会契約論の考え方は様々である。²⁾ しかしながら、社会の基礎的構造の精神的背景を成す道德原理の抽象的価値前提に就いての当該社会構成員の合意が得られた後、その価値前提から具体的道德原理を構成員合意の下導出する、更にその道德原理に基づいてやはり構成員同意の下各種諸制度を構築するという手続きに関しては各論者に共通している。

本稿の射程を、上述の手続きの中、道德原理の抽象的価値前提の在り方に限定することとする。

さて、此处で謂う価値前提とは、「自然権」のことであり、自由・平等への権利の意味である。特に、本稿に於いては、「自由」を取り上げ、この「自由」という自然権が、果たして何処まで実現し得るのかを検討することとする。この問題に就いて、深刻な問題提起を為したのが、Sen (Amartya K Sen) であるが、³⁾ 彼の提起した「自由のパラドックス」の論理的構造を整理することが、本稿の主題となる。

II. 形式的準備.

まず、以後の議論展開の為に必要な記法、定義、補題、定理を掲げることとする。⁴⁾

(1) 二項関係に於ける性質.

(i) 反射性 (reflexivity) : $\forall x \in S : xRx$.

(ii) 完備性 (completeness) : $\forall x, y \in S : (x \neq y) \Rightarrow (xRy \vee yRx)$.

(iii) 推移性 (transitivity) : $\forall x, y, z \in S : (xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$.

(iv) 反対称性 (anti-symmetry) : $\forall x, y \in S : (xRy \wedge yRx) \Rightarrow x = y$.

(v) 非対称性 (asymmetry) : $\forall x, y \in S : xRy \Rightarrow \neg(yRx)$.

(vi) 対称性 (symmetry) : $\forall x, y \in S : xRy \Rightarrow yRx$.

ここで、 \forall は全称記号で、「全ての」、或いは「任意の」の意を表記する。 \in は、「…の要素」の意を表記する。 S は、事象の集合を表記する。 R は、二項関係を表記する。 \Rightarrow は、含意を表記する。 \vee は、選言を表記する。 \wedge は、連言を表記する。 \neg は、否定を表記する。

(2) 二項関係の名称.⁵⁾

(i) 準順序 (quasi-ordering) : 反射性と推移性とを備える二項関係.

- (ii) 順序 (ordering) : 反射性, 推移性, および完備性を備える二項関係.
- (iii) 半順序 (partial ordering) : 反射性, 推移性, および反対称性を備える二項関係.
- (iv) チェーン (chain) : 反射性, 推移性, 完備性, および反対称性を備える二項関係.
- (v) 厳密な半順序 (strict partial ordering) : 推移性と非対称性とを備える二項関係.
- (vi) 強順序 (strong ordering) : 推移性, 非対称性, および完備性を備える二項関係.

(3) 基本概念の定義, 補題, 定理.

定義 1. 「強い意味での選好」 P .

$$xPy \stackrel{Def}{\Leftrightarrow} [xRy \wedge \neg(yRx)].$$

定義 2. 「無差別」 I .

$$xIy \stackrel{Def}{\Leftrightarrow} [xRy \wedge yRx].$$

定義 3. S に属する要素 x が二項関係 R に関して極大要素であるとは,

$$\neg[\exists y : (y \in S \wedge yPx)]$$

であることである. ここで, \exists は, 存在記号を表記する.

定義 4. S に於ける極大要素の集合を, 「 S の極大集合」と称し, $M(S, R)$ で表記する.

定義 5. S に属する要素 x が, 二項関係 R に関して S の最良要素であるとは,

$$\forall y : (y \in S \Rightarrow xRy)$$

であることである.

定義 6. S に於ける最良要素の集合を, 「 S の選択集合」と称し, $C(S, R)$ で表記する.

補題 1. R が準順序ならば, 全ての $x, y, z \in S$ に就いて,

- (1) $xIy \wedge yIz \Rightarrow xIz$
- (2) $xPy \wedge yIz \Rightarrow xPz$
- (3) $xIy \wedge yPz \Rightarrow xPz$
- (4) $xPy \wedge yPz \Rightarrow xPz$

が成り立つ.⁶⁾

【証明】

(1) 定義に拠って,

$$\begin{aligned} xIy \wedge yIz &\Leftrightarrow (xRy \wedge yRx) \wedge (yRz \wedge zRy) \\ &\Rightarrow (xRy \wedge yRz) \wedge (zRy \wedge yRx) \\ &\Rightarrow xRz \wedge zRx \Leftrightarrow xIz. \end{aligned}$$

(2) 定義に拠って,

$$\begin{aligned}
 xPy \wedge yIz &\Leftrightarrow [xRy \wedge \neg(yRx)] \wedge [yRz \wedge zRy] \\
 &\Leftrightarrow xRy \wedge yRz \wedge \neg(yRx) \wedge zRy \\
 &\Leftrightarrow xRy \wedge yRz \wedge zRy \wedge \neg(yRx) \\
 &\Rightarrow [xRy \wedge yRz] \wedge zRy \wedge \neg(yRx) \\
 &\Rightarrow xRz \wedge zRy \wedge \neg(yRx) \\
 &\Rightarrow xRz.
 \end{aligned}$$

示すべき結果は, xPz である. さて, 定義に拠って

$$xPz \Leftrightarrow xRz \wedge \neg(zRx)$$

である. ここで, 背理法を活用する為に, zRx であると仮定する. すると,

$$xRz \wedge zRx \Leftrightarrow xIz$$

であるから,

$$xIz \wedge yIz \Leftrightarrow xIz \wedge zIy \Rightarrow xIy$$

が得られる. しかるに, この結果は, xPy に矛盾する. 従って, $\neg(zRx)$ でなければならない.

(4) 定義に拠って,

$$\begin{aligned}
 xIy \wedge yPz &\Leftrightarrow [xRy \wedge yRx] \wedge [yRz \wedge \neg(zRy)] \\
 &\Leftrightarrow xRy \wedge yRx \wedge yRz \wedge \neg(zRy) \\
 &\Leftrightarrow [xRy \wedge yRz] \wedge yRx \wedge \neg(zRy) \\
 &\Rightarrow xRz \wedge yRx \wedge \neg(zRy) \\
 &\Rightarrow xRz.
 \end{aligned}$$

示すべき結果は, xPz である. 定義に拠って

$$xPz \Leftrightarrow xRz \wedge \neg(zRx)$$

である. ここで, 背理法を活用するために, xRz であると仮定する. すると,

$$xRz \wedge zRx \Rightarrow xIz \Leftrightarrow zIx$$

であるから,

$$yPz \wedge zIx \Rightarrow yPx.$$

この結果は, xIy に矛盾する. 従って, $\neg(zRx)$ である.

(5) 定義に拠って,

$$\begin{aligned}
 xPy \wedge yPz &\Leftrightarrow [xRy \wedge \neg(yRx)] \wedge [yRz \wedge \neg(zRy)] \\
 &\Leftrightarrow xRy \wedge yRz \wedge \neg(yRx) \wedge \neg(zRy) \\
 &\Rightarrow xRz \wedge \neg(yRx) \wedge \neg(zRy) \\
 &\Rightarrow xRz.
 \end{aligned}$$

示すべき結果は, xPz である. 定義から

$$xPz \Leftrightarrow xRz \wedge \neg(zRx)$$

であるから、背理法を活用する為に、 zRx と仮定する。この時、

$$xRz \wedge zRx \Rightarrow xIz \Leftrightarrow zIx.$$

(2)の結果を利用して、

$$zIx \wedge xPy \Rightarrow zPy$$

が得られるが、このことは yPz に矛盾する。従って、 $\neg(zRx)$ である。(証了)

補題2. 準順序 R が与えられた要素から成る任意の有限集合 S に就いて、 $M(S, R) \neq \emptyset$ である。⁷⁾

【証明】当該の集合は有限集合であるから、その要素を x_1, x_2, \dots, x_n とする。帰納法を適用する為に、先ず、 $a_1 = x_1$ とする。次に順次

$$x_2Pa_1 \Rightarrow x_2 = a_2, \text{ otherwise } a_2 = a_1,$$

$$x_3Pa_2 \Rightarrow x_3 = a_3, \text{ otherwise } a_3 = a_2 = a_1,$$

...

$$x_nPa_{n-1} \Rightarrow x_n = a_n, \text{ otherwise } a_n = a_{n-1} = \dots = a_2 = a_1$$

とする。従って、 a_n が極大要素となる。(証了)

補題3. 準順序 R に就いて、 $C(S, R) \neq \emptyset$ ならば、 $C(S, R) = M(S, R)$ である。⁸⁾

【証明】定義から、最良要素は最大要素である。従って、 $C(S, R) \subset M(S, R)$ である。

次に、 $C(S, R) \supset M(S, R)$ であることを示す。そこで、 $\forall x \in C(S, R)$ と仮定する。この時、定義から、 $\forall z : (z \in S \Rightarrow xRz)$ である。さて、

$$\exists z \in M(S, R) \Rightarrow \neg(xPz) \Leftrightarrow \neg[xRz \wedge \neg(zRx)] \Leftrightarrow \neg(xRz) \vee zRx \Rightarrow zRx$$

である。上の結果と併せて、 xIz である。先の仮定である、 $\forall x \in C(S, R)$ から $\forall y : [y \in S \Rightarrow xRy]$ であることと、 xIz とから

$$\forall y : [y \in S \Rightarrow zRy] \Leftrightarrow z \in C(S, R)$$

が得られる。これで $C(S, R) \supset M(S, R)$ であることが示された。(証了)

定義7. X 上で定義される選択関数 $C(S, R)$ とは、 X の任意の非空の部分集合 S に対してその選択集合 $C(S, R)$ が非空であるような汎関数である。

補題4. R が有限集合 X 上で定義される順序ならば、選択関数 $C(S, R)$ が X 上で定義される。⁹⁾

【証明】補題2と定義7とから明らかである。(証了)

定義8. 任意の $x, y, z \in X$ に対して、 $xPy \wedge yPz \Rightarrow xPz$ である時、 R は準推移的であるという。

補題5. R が有限集合 X に於いて反射性, 完備性, 準推移性を備えるならば, 選択関数 $C(S, R)$ が X 上で定義される.¹⁰⁾

【証明】 $\forall x_1, x_2, \dots, x_n \in S \subset X$ を考え, 帰納法を適用する.

まず, 2個の選択肢の組 (x_1, x_2) を考える. この時, R の反射性と完備性とに因って, 最良要素が存在する. いま, j 個の選択肢の組 $(x_1, x_2 \dots x_j)$ に最良要素 a_j が存在するものと仮定する, この時, 任意の $k = 1, 2, \dots, j$ に就いて, $a_j R x_k$ である.

次に, $j+1$ 個の選択肢の組 $(x_1, x_2 \dots x_j, x_{j+1})$ に最良要素が存在することを示すこととする. ここで, $x_{j+1} P a_j \vee a_j R x_{j+1}$ である.

$a_j R x_{j+1}$ であるならば, a_j が組 $(x_1, x_2 \dots x_j, x_{j+1})$ に於ける最良要素である.

$x_{j+1} P a_j$ であるならば, 任意の $k = 1, 2, \dots, j$ に対して $x_k P x_{j+1}$ であることが排除されなければならない.

いま, 仮に, $x_k P x_{j+1}$ for $\forall k = 1, 2, \dots, j$ とすると, 準推移性に因って, $x_k P x_{j+1} \wedge x_{j+1} P a_j \Rightarrow x_k P a_j$. しかるに, この結果は, 帰納法の仮定である, $a_j R x_k$ に矛盾する. 従って, $x_k P x_{j+1}$ for $\forall k = 1, 2, \dots, j$ であることはあり得ない. (証了)

定義9. R が有限集合 X 上で非循環性を備えるとは,

$$\forall x_1, x_1, \dots, x_j \in X : [x_1 P x_2 \wedge x_2 P x_3 \wedge \dots \wedge x_{j-1} P x_j] \Rightarrow x_1 R x_j$$

が成り立つ時, かつその時のみである.

補題6. R が反射性, 完備性を備える時, 選択関数 $C(S, R)$ が有限集合 X 上で定義される為の必要十分条件は, R が X 上で非循環性を備えることである.¹¹⁾

【証明】 必要条件に就いての証明を為す為に背理法を適用する. そこで, R が非循環性を備えていないと仮定する. この時, $x_1 P x_2, x_2 P x_3, \dots, x_{j-1} P x_j, x_j P x_1$ であるような X の部分集合 $S := \{x_1, x_2, \dots, x_{j-1}, x_j\} \subset X$ が存在する. 当該部分集合の作り方からしてその集合には最良要素は存在しないから選択集合 $C(S, R)$ は存在しないこととなる. このことは, 選択関数 $C(S, R)$ が有限集合 X 上で定義されるという仮定に矛盾する..

次に十分条件に就いての証明を為す. 選択集合 $C(S, R)$ が有限集合 X 上で定義される場合には, 全ての選択肢が無差別である, 即ち全ての選択肢が最良要素であるような場合と, 強い意味で順序づけられた選択肢の組が少なくとも一つ存在するような場合とがある. 前者の場合はプリミティブである. 後者の場合に於いて, 当該の組を $x_2 P x_1$ とする. この時, x_2 が最良要素でなければ, $x_3 P x_2$ であるような x_3 が存在する. ここで, 仮に $x_1 P x_3$ であるとする非循環性に因り, $x_1 R x_2$ であるが, このことは $x_2 P x_1$ に矛盾する. 従って, 組 (x_1, x_2, x_3) に於いては x_3 が最良要素である.

同様にして, 組の構成要素数を一つずつ増やしてその都度最良要素を探り当てていく作業を

反復し、 S の全ての部分集合を被覆できる。(証了)

定義10. 個人 $j = 1, 2, \dots, n$ の選好順序を R_j と表記する. 集合的選択ルールとは, n 個人の選好順序の組 (R_1, R_2, \dots, R_n) に対して唯一の社会的選好順序 R を対応させる関数関係 f のことである. このことは, $R = f(R_1, R_2, \dots, R_n)$ と表される.

定義11. 個人の集合 V に於いて, y ではなく x とする「弱い決定力がある」とは,

$$[\forall i \in V : xP_i y] \wedge [\forall i \notin V : yP_i x] \Rightarrow xPy$$

であるときである.

定義12. 個人の集合 V に於いて, y ではなく x とする「決定力がある」とは,

$$\forall i \in V : xP_i y \Rightarrow xPy$$

であるときである.

定義13. 社会的決定関数 (social decision function) とは, 集合的選択ルールであって, その値域は次のような選好関係 R に制限される; 全ての R は, 選択肢の全体集合 X 上の選択関数 $C(S, R)$ を生成する.

条件U (定義域の非限定性)

集合的選択ルール f の定義域は, 個人の順序の論理的に可能な全ての組み合わせを含むものでなければならない.

条件P (パレート原理)

$$\forall x, y \in X, [\forall i : xP_i y] \Rightarrow xPy.$$

条件P* (強パレート原理)

$$\forall x, y \in X, [\forall i : xR_i y \wedge \exists i : xP_i y] \Rightarrow xPy, \text{ and } [\forall i : xI_i y] \Rightarrow xIy.$$

条件I (無関係選択肢からの独立性)

$$R := f(R_1, R_2, \dots, R_n), R' := f(R'_1, R'_2, \dots, R'_n) \text{ とする. このとき,}$$

$$[\forall x, y \in S \subset X, \forall i : xR_i y \Leftrightarrow xR'_i y] \Rightarrow C(S, R) = C(S, R')$$

である.

条件D (非独裁制)

集合的選択ルール f の定義域に在る全ての要素に就いて,

$$\forall x, y \in X : xP_i y \Rightarrow xPy$$

である個人は存在しない.

条件D* (修正非独裁制)

次のような個人*i*は存在しない；集合*X*に属するある対 (*x*, *y*) に就いて, *f* の定義域内の任意の (*R*₁, *R*₂, ..., *R*_{*n*}) に対して

$$xP_i y \Rightarrow xPy$$

or

$$xR_i y \Rightarrow xRy$$

である.

定理1. 任意の有限集合*X*に就いて, 条件U, I, P, Dを充足する社会的決定関数が存在する.¹²⁾

【証明】定理の表現中に「存在する」という言明表現が用いられていることから, 証明法として構成法を適用する. つまり, 反射性・完備性・準推移性を備える*R*の事例を挙げれば当該の社会的決定関数が存在することを示し得ることになる.

$$xRy \stackrel{Def.}{\Leftrightarrow} \neg[(\forall i : yR_i x) \wedge (\exists i : yP_i x)]$$

とする. ここで,

$$\begin{aligned} \neg[(\forall i : yR_i x) \wedge (\exists i : yP_i x)] &\Leftrightarrow \neg(\forall i : yP_i x) \vee \neg(\exists i : yP_i x) \Leftrightarrow [\exists i : \neg(yP_i x)] \vee \\ &[\forall i : \neg(yP_i x)] \Leftrightarrow \exists i : xP_i y \vee \forall i : xP_i y \end{aligned}$$

である. i.e.

$$xRy \Leftrightarrow \exists i : xP_i y \vee \forall i : xP_i y.$$

直上の関係は, $x = y$ としても成立するから, *R*は反射性を備えていることが分かる. 更に, *x*と*y*とを入れ替えても上の関係は成立するから, *R*は完備性を備えていることが分かる.

次に, 指定された*R*が準推移性を備えることを示す.

$$xPy \wedge yPz \Leftrightarrow [xRy \wedge \neg(yRx)] \wedge [yRz \wedge \neg(zRy)]$$

である. ここで,

$$\begin{aligned} xRy \wedge \neg(yRx) &\Rightarrow \neg[(\forall i : yR_i x) \wedge (\exists i : yP_i x)] \wedge \neg[\neg[(\forall i : xR_i y) \wedge (\exists i : xP_i y)]] \\ &\Rightarrow [\neg(\forall i : yR_i x) \wedge \neg(\exists i : yP_i x)] \wedge [(\forall i : xP_i y) \wedge (\exists i : xP_i y)] \\ &\Rightarrow (\exists i : xP_i y) \wedge (\forall i : xR_i y). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} yRz \wedge \neg(zRy) &\Rightarrow [\neg(\forall i : yR_i z) \wedge \neg(\exists i : zP_i y)] \wedge [(\forall i : yR_i z) \wedge (\exists i : yP_i z)] \\ &\Rightarrow \forall i : yR_i z \wedge \exists i : yP_i z. \end{aligned}$$

これらの結果を併せ, 定義9に拠って

$$xPy \wedge yPz \Rightarrow \forall i : xR_i z \wedge \exists i : xP_i z \Rightarrow xPz. \text{ (証了)}$$

定理 2. 任意の有限集合 X に就いて、条件 U , I , P^* , D^* を充足する社会的決定関数が存在する。¹³⁾

【証明】

$P^* \subset P$, $D^* \subset D$ であるから、定理 1 の内容がそのまま保証される。(証了)

Ⅲ. Sen による自由のパラドックス.

Sen は、その著書に於いて自由のパラドックスの例示をし、当該のパラドックスが、Arrow (Kenneth Arrow) の不可能性定理に匹敵する深刻な問題を招来することを示唆した。¹⁴⁾ ここでは、各種関連文献に於いて必ずと云ってよい程紹介されてきた内容ではあるが、論述展開の都合上 Sen による自由のパラドックスに就いての必要最少限必要な範囲での説明を施すものとする。この趣旨に添って、通常取り上げられる例え話しの例示を省き、形式的例示のみを掲げるものとする。

Sen によるパラドックスに関する主張の眼目は、自由主義とパレート原理との相互矛盾性の存在を示すことにある。

いま、社会が 2 個人から成るものとして、それぞれ個人 1, 個人 2 と表記する。さらに、社会状態の集合を、 $X := \{x, y, z\}$ とし、当該 2 個人の選好を次のように想定する。

個人 1 の選好 R_1 を $x \succeq_1 y \succeq_1 z$ とし、個人 2 の選好 R_2 を $z \succeq_2 x \succeq_2 y$ とする。ここで、 \succeq_i は、第 i 個人の弱い選好順序を表記する。

社会的選好を $C(X)$ と表記するものとして、その社会的選択は各個人の選好に関する意志を尊重して為されなければならないものとする。

このとき、社会状態 x, y に就いての個人 1 の選好は、 xR_1y であるから、 $y \notin C(X)$ でなければならない。

また、社会状態 x, z に就いての個人 2 の選好は、 zR_2x であるから、 $x \notin C(X)$ でなければならない。

さて、社会状態 y, z については、個人 1 は yR_1z , 個人 2 は zR_2y であるから、パレート原理の充足を考慮するならば、 $z \notin C(X)$ でなければならない。

以上、三つの結果を総合することによって、当該集合 X に就いては、 $C(X) = \emptyset$ となり、各個人の意志を尊重しつつ、パレート原理を充足することが不可能であることが明らかとなった。

以下では、上述の結果を一般的な場合に迄拡張する。

まず、Sen は、自由主義が実現する為の条件を条件 L として措定する。⁷⁾

条件 L (自由主義) ¹⁵⁾

各個人 i にとって、少なくとも一つの異なる選択肢のペア (x, y) が存在して、社会的存在に於いて、どちらの順序にせよそれらの中では彼が決定力を持つ (decisive)。

次に Sen は、条件 L を緩和した「最小自由主義」の条件 L^* 指定する。

条件 L^* (最小自由主義) ¹⁶⁾

少なくとも 2 人の個人 k, j および異なる選択肢の二つのペア (x, y) および (z, w) が存在して、 k と j がそれぞれ (x, y) および (z, w) に就いて、どちらの順序にせよ決定力を持つ。

条件 L を緩和することで条件 L^* 指定したことから明らかなように、 $L^* \supset L$ である。

定理 3. 定義域の非限定性条件, パレート原理条件, および最小自由主義の条件を充足する社会的決定関数は存在しない. ¹⁷⁾

【証明】 条件 L^* にある 2 個人を、それぞれ個人 k , 個人 j とする。さらに、個人 k が決定力を有する選択肢の組を (x, y) , 個人 j が決定力を有する選択肢の組を (z, w) とする。

組 (x, y) と組 (z, w) とが同一の組であるならば、条件 L^* は成立しない。

そこで、まず、一つの選択肢が共通である、例えば、 $x = z$ となる場合を考えることとする。ここで、 xP_ky, wP_jx および $\forall i: yP_iw$ とする。条件 L^* と定義 13 とに拠って、 xPy, wPx であり、パレート原理の条件に拠って、 yPw である。これらの結果は、非循環性 (定義 9) を損なうことになり、最善の選択肢が存在しないこととなる。

次に、当該の四つの選択肢が全て相互に異なる場合を考える。ここで、 xP_ky, zP_jw および $\forall i: (wP_ix \wedge yP_iz)$ であるものとする。

このとき、条件 L^* と定義 12 とに拠って、 $xPy \wedge zPw$ であり、パレート原理の条件に拠って、 $wPx \wedge yPz$ である。これらの結果もまた非循環性に抵触する。

したがって、定義域の非限定性の条件を所与として、パレート原理の条件と条件 L^* とを充足するような社会的決定関数は存在しない、ことが判る。(証了)

定理 4. 定義域の非限定性の条件, パレート原理の条件, および自由主義の条件を充足する社会的決定関数は存在しない. ¹⁸⁾

【証明】. 一般性を損なうことなく、 $X := \{x, y, z\}$ とし、 $i = 1, 2$ とする。定義域の非限定性の条件に拠って、 xP_1y, zP_2x とする。自由主義の条件に拠って、 $xP_1y \Rightarrow xPy, zP_2x \Rightarrow zPx$ 。

ここで、定義域の非限定性の条件に拠って、 yP_iz for $\forall i$ とすると、パレート原理の条件に拠って、 yPz 。

以上に於いて非循環性が発生し、社会的決定関数は存在しない。(証了)

定理 3 と定理 4 がもたらす結果の本質的意義は、パレート原理とリベラルな価値観との衝突にある。前者は、社会的状態の是非の判断に際して依拠する基準の中で最も広範に認知されている基準である。一方、後者は、ヨーロッパ近代社会の精神的骨格の一つであり、ヨーロッパの世界化、世界のヨーロッパ化の精神的原動力でもあったし、現在でもそうである。この二者が矛盾し合うということは、近代という歴史段階に在る現代に於ける道德原理の在り方に深刻な問題を提起することを意味するのである。

Ⅳ. 「自由のパラドックス」をもたらすもの；結語.

定理 3 の結果、あるいはその派生としての定理 4 の結果をもたらしたのは、定義域の非限定性の条件、パレート原理の条件、最小自由主義の条件の相互関係の矛盾に因るものと考えられる。そこで、ここでは「自由のパラドックス」の主原因の究明を為すこととする。手順としては、当該 3 条件間の相互矛盾性の有無の確認を為す。

当該 3 条件の相互の組み合わせの中、非限定定義条件・パレート原理条件の組み合わせと非限定定義条件・最小自由主義条件の組み合わせに於ける相互矛盾性存非の検討は、無意味であろう。相互矛盾性存非の有意義な検討は、パレート原理条件・最小自由主義に就いての検討である。

ここで、パレート原理条件と最小自由主義条件とを充足するような社会的決定関数の存在、又は非存在を確認する。その為に、当該の 2 条件を充足するような社会的決定関数の存在を示す、構成法を採用する。

条件 L^* に適う 2 個人を、個人 k 、個人 j とする。更に、個人 k が決定力を有する選択肢の組 (x, y) を、個人 j が決定力を有する選択肢の組を (z, w) とする。ここで、条件 L^* に照らして $(x, y) = (z, w)$ であることはあり得ない。

先ず、一つの選択肢が共通である、例えば、 $x = z$ となる場合を考える。ここで、

$$xP_ky, wP_jx, \forall i : wP_iy$$

とする。このとき、最小自由の条件に因って、

$$xP_ky \Rightarrow xP_jy, wP_jx \Rightarrow wP_kx,$$

パレート原理条件に因って、

$$\forall i : wP_iy \Rightarrow wP_iy$$

である。ここで、 $w \succ x \succ y$ であるとき、

$$wPx \wedge xPy \Rightarrow wPy \Rightarrow wRy \wedge \neg(yRx) \Rightarrow wRy$$

となり、この場合には非循環性が保証されて、 $C(S, R) \neq \emptyset$ となり社会的決定関数が存在する。

ここで、 \succ は強い選好順序を表記する。

更に、当該の 4 選択肢が全て相互に異なる場合を考えることとする。ここで、

$$xP_ky, zP_jw, \forall i : (xP_iw \wedge zP_iy)$$

とする。このとき、最小自由主義条件に因って、

$$xP_ky \Rightarrow xPy, zP_jw \Rightarrow zPw,$$

パレート原理条件に因って、

$$\forall i : xP_iw \Rightarrow xPw, \forall i : zP_iy \Rightarrow zPy$$

である。ここで、 $x \succ z \succ y \succ w$ であるとき、

$$xPz \wedge zPy \wedge yPz \Rightarrow xPw \Leftrightarrow xRw \wedge \neg(wRx) \Rightarrow xRw$$

となり、この場合には、非循環性が保証されて $C(S, R) \neq \emptyset$ となり、社会的決定関数が存在する。

以上の検討の結果に拠れば、選択肢の特定の組に於ける当該2個人の決定力を侵害しないような、全ての個人の選好の在り方に限り、社会的決定関数が存在し得るのである。特定の限られた場合に限ってパレート原理条件と最小自由主義条件とは両立し得るのであるが、これら二条件に非限定定義域条件が付加された場合には当該の限定的ケースが必ずしも妥当し得ないのである。

従って、「自由のパラドックス」をもたらす本質的因子は、非限定定義域条件である、と判断される。

然るに、非限定定義域条件を緩和する場合の言明が有し得る妥当性は限られたものにならざるを得ないことが予想される。そこで、定理3、定理4の結果を回避する為には、非限定定義域条件を残したまま、パレート原理条件を修正するか、或いは最小自由主義条件を修正するか、の何れかの選択を迫られることになる。我々として、何れの選択をすることが是であるかに就いての検討は次の考察の機会に譲ることとする。

【注】

- 1) 「近代社会に於ける道德原理としての功利主義」 in 『九州共立大学経済学部紀要』, 第81号
- 2) Boucher David, and Paul Kelly.
- 3) Sen (1970), pp.87-88, Sen (1982), pp.36-119.
- 4) 以下の概念、定義、補題、定理は全て Sen (1970) に拠っている。但し、証明に就いては、小生の解釈に基づいて書き改め、補遺を施している。
- Sen (1970) および Sen (1982) に於いて用いられている論理展開様態と異なる様態として集合論に拠る論理展開様態があり、その一例として鈴村が挙げられる。
- 5) 二項関係の名称に就いては、論者によって様々である。(Arrow, Debreuを参照。) 本稿に於いては、混乱を避けるために Sen (1970) に於ける用語法に拠っている。
- 6) Sen (1970), p.10. (邦訳, pp.15-16.)
- 7) Sen (1970), p.11. (邦訳, p.16.)

- 8) Sen(1970), p.11. (邦訳, p.17.)
- 9) Sen(1970), p.14. (邦訳, p.21.)
- 10) Sen(1970), p.15. (邦訳, p.22.)
- 11) Sen(1970), p.16. (邦訳, p.23.)
- 12) Sen(1970), p.52. (邦訳, p.65.)

Arrow (1963) では、社会的決定関数の特殊形である「社会的厚生関数 (social welfare function) を、選択的社会的状態の社会的順序 $R = f(R_1, R_2, \dots, R_n)$ として定義し、(Arrow, p.23) その関数が条件U, 条件P, 条件I, 条件Dを満たすことがないことを証明している。(Arrowの「一般不可能性定理」, Arrow, pp.51-60)

このArrowの一般不可能性定理の結果と定理1の結果との差異を惹起するのは、 $R = f(R_1, R_2, \dots, R_n)$ を定義するに際して、前者に於いては値域が選択肢の全体集合 X 上の順序集合に制限されているのに対して、後者に於いては値域が選択肢の全体集合 X 上の選択集合 $C(S, R)$ を生成する選好関係に制限されていることに因る。

- 14) Sen (1970), pp.87-88. (邦訳, pp.107-109.)
- 15) Senが「自由主義の条件」,あるいは「最小自由主義の条件」を取り上げとことの妥当性としては、ここで触れている自然権であるということの他に、Wallersteinに拠れば、「自由主義」が、保守主義、社会主義と並んで、近代世界システムの典型的イデオロギーの一つであることに求められる。

自由の概念は多種多様であるが、Senが掲げている「自由主義」,あるいは「最小自由主義」の概念は、Barlinの提唱した「消極的自由 (negative liberty)」と「積極的自由 (positive liberty)」の混交概念であると見なされるが、強いて云えば前者の色彩の濃い概念であると判断される。

Barlinの提唱した「消極的自由」は、『主体一個人あるいは個人の集団一が、いかなる他人からの干渉も受けずに、自分のしたいことをし、自分のありたいものであることを放任されている、あるいは放任されているべき範囲はどのようなものであるか』という問いに対する答えの中に含まれる一方、「積極的自由」は、『ある人があれよりもこれをする、あれよりもこれであること、を決定できる統制ないし干渉の根拠はなんであるか、まただれであるか』という問いに対する答えの中に含まれる。(Barlin, 邦訳, pp.303-304.) 要するに、「消極的自由」とは、人が自分自身の主人であることに存する自由であり、「積極的自由」とは、人が自分の為す選択を他人から妨げられないことに存する自由である。(Barlin, 邦訳, pp.319-325.)

Sen (1970) で用いられた「自由主義」という用語は、Sen (1982) に於いて、「弱いリバータリアニズム (自由尊重主義)」と改められている。(Sen (1982) 邦訳, pp.39.)

- 16) Sen (1970) で用いられた「最小自由主義」という用語は、Sen (1982) に於いて、「ミニマムリバータリアニズム (最小自由尊重主義)」と改められている。(Sen (1982) 邦訳, pp.41.)
- 17) Sen (1970), p.87. (邦訳, p.107.)
- 18) Sen (1970), p.88. (邦訳, p.108.)

【参考文献】

- (1) Arrow, Kenneth J., *Social Choice and Individual Values* (second edition) , Yale University Press, 1963
- (2) Berlin, Isaiah, *Four Essays on Liberty*, Oxford University Press, 1969. (小川晃・小池 銈・福田欽一・生松敬三 共訳, 『自由論』, 2000年.)
- (3) Boucher, David, and Paul Kelly, *The Social Contract From Hobbes To Rawls*, London and New York, Routledge, 1994. (飯島昇蔵・佐藤正志・山岡龍一・輪島達郎・金田耕一・谷澤正嗣・山田正行・大中一

- 弥・押村 高・中山俊宏・中金 聡・田中智彦・渡辺幹雄 訳、『【ホッブスからロールズまで】社会契約論の系譜』、ナラニシヤ出版、1997年.)
- (4) Debrew, Gerard, *Theory of Value*, Yale University Press, 1959. (丸山 徹 訳、『価値の理論』、東洋経済新報社、1977年)
- (5) 石谷 茂、『記号論理学とその応用』、大阪教育図書株式会社、1973年.
- (6) Goodstein, R.L., *Boolean Algebra*, Pergamon Press Ltd., 1963. (赤 攝也 訳、『ブール代数』、培風館、1973年.)
- (7) Sen, Amartya K., *Collective Choice and Social Welfare*, Holden-Day, Inc. and Oliver & Boyd, 1970. (志田基与師 鑑訳、『集合的選択と社会的厚生』、勁草書房、2000年.)
- (8) Sen, Amartya, *Choice, Welfare and Measurement*, Basil Blackwell, 1982. (大庭 健・川本隆史 訳、『合理的な愚か者』(部分訳)、勁草書房、1992年.)
- (9) Solow, Daniel, *How to read and do proof*, John Wiley & Sons Inc., 1982. (安藤四郎・西村康一・島 孝司・川村昌雄 訳、『証明の読み方・考え方』、共立出版株式会社、1985年.)
- (10) 鈴木興太郎、『経済計画理論』、筑摩書房、1982年.
- (11) Wallerstein, Immanuel, *After Liberalism*, New Press, 1995. (松岡利通 訳、『アフター・リベラリズム』、藤原書店、2000年.)